

**В.В. Носов¹, В.М. Григорьев², П.Г. Ковadlo², В.П. Лукин¹,
Е.В. Носов¹, А.В. Торгаев¹**

Астроклимат специализированных помещений Большого солнечного вакуумного телескопа. Ч. 2

¹ *Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск*

² *Институт солнечно-земной физики СО РАН, г. Иркутск*

Поступила в редакцию 28.11.2007 г.

Представлены результаты измерений характеристик локального астроклимата в специализированных помещениях Большого солнечного вакуумного телескопа (Байкальская астрофизическая обсерватория ИСЗФ СО РАН). Показано, что температурные градиенты в помещениях телескопа являются причиной возникновения ячейки Бенара и зарождающейся турбулентности в павильоне спектрографа. Установлено, что данные измерений подтверждают основные сценарии стохастизации (Ландау–Хопфа, Рюэлля–Таккенса, Фейгенбаума, Помо–Манневилля). Экспериментально подтверждена бифуркационная диаграмма Фейгенбаума. Показано, что главный вихрь в ячейке Бенара распадается на более мелкие в результате 10 бифуркаций удвоения периода. Установлено, что зарождающаяся турбулентность является практически детерминированной. Обнаружена фрактальность (локальное самоподобие) спектра турбулентности. Показано, что реальная атмосферная турбулентность есть смесь детерминированных разномасштабных вихрей, наблюдающихся в зарождающейся турбулентности.

Установлено, что зарождающаяся турбулентность вносит значительные ошибки в данные спектральных измерений. Горизонтальные случайные смещения спектральных линий, возникающие за счет павильонных эффектов, могут достигать 1 угл.с. Вследствие низких частот смещений зарождающаяся турбулентность по оптическим свойствам приближается к регулярной рефракции.

Введение

Известно [1–4], что атмосфера внутри специализированных помещений астрономических телескопов оказывает заметное влияние на качество изображений.

Настоящая статья является продолжением статьи [5], посвященной измерениям и анализу характеристик локального астроклимата наиболее важных рабочих участков в помещениях Большого солнечного вакуумного телескопа (БСВТ, Байкальская астрофизическая обсерватория ИСЗФ СО РАН, пос. Листвянка Иркутской обл.). К таким участкам внутри телескопа относятся прежде всего астрономический спектрограф (построенный по горизонтальной схеме Эберта и состоящий из закрытого павильона и рабочего места оператора), а также участки вблизи координатного и адаптивного столов.

В первой части настоящей работы (статья [5]) описаны схемы и представлены результаты измерений. Показано, что температурные градиенты в помещениях телескопа являются причиной возникновения ячейки Бенара и зарождающейся турбулентности в павильоне астрономического спектрографа.

Во второй части подробно исследованы свойства зарождающейся турбулентности, построены модели турбулентного спектра температуры, а также изучены параметры этого спектра (внешний и внутренний масштабы, интенсивность флуктуаций тем-

пературы). Установлено, что данные измерений подтверждают основные сценарии стохастизации (Ландау–Хопфа, Рюэлля–Таккенса, Фейгенбаума, Помо–Манневилля). Кроме того, экспериментально подтверждена бифуркационная диаграмма Фейгенбаума и выявлено, что главный вихрь в ячейке Бенара распадается на более мелкие в результате десяти бифуркаций удвоения периода. Установлено, что зарождающаяся турбулентность является практически детерминированной. Экспериментально обнаружена фрактальность (локальное самоподобие) спектра турбулентности. Показано, что реальная атмосферная турбулентность есть смесь детерминированных разномасштабных вихрей, наблюдающихся в зарождающейся турбулентности.

Полученные данные для турбулентности позволяют дать ответ на важный для практики вопрос о влиянии атмосферы внутри телескопа на качество спектральных астрономических наблюдений. Установлено, что зарождающаяся турбулентность вносит значительные ошибки в данные спектральных измерений, даже на трассах малой длины. Горизонтальные случайные смещения спектральных линий, возникающие за счет павильонных эффектов, могут достигать 1 угл. с. При этом смещения линий происходят медленно, с частотой около 0,01 Гц. Вследствие низких частот смещений зарождающаяся турбулентность по оптическим свойствам приближается к регулярной рефракции.

1. Модели спектров флуктуаций температуры в зарождающейся турбулентности

Для задач распространения оптического излучения в условиях неразвитой турбулентности (включая прогноз влияния специализированных помещений телескопов на качество астрономических изображений) необходимы модели спектров флуктуаций температуры, в первую очередь пространственного трехмерного спектра $\Phi_T(\chi)$.

Как известно, временные частотные спектры флуктуаций температуры $W_T(f)$ в открытой атмосфере удовлетворительно описываются кармановской моделью. Спектры колмогоровской развитой турбулентности имеют протяженный инерционный интервал, в котором $W_T \sim f^{-5/3}$. В этом интервале происходит перекачка энергии от вихрей с большими масштабами к меньшим.

На рис. 1 представлены сглаженные временные частотные спектры флуктуаций температуры W_T в закрытом помещении и в открытой атмосфере.

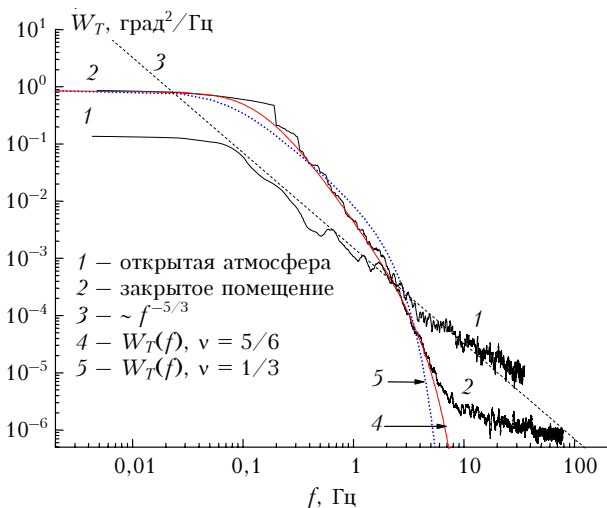


Рис. 1. Сглаженные временные частотные спектры флуктуаций температуры W_T в закрытом помещении (точка 2 в павильоне) и в открытой атмосфере

Как следует из рис. 1, спектры в закрытом помещении в отличие от открытой атмосферы в инерционном интервале убывают значительно быстрее. Кроме того, в этом интервале имеются лишь отдельные короткие отрезки частот (расположенные ступеньками), внутри которых турбулентность можно считать колмогоровской ($W_T \sim f^{-5/3}$). Эти отрезки наблюдаются между скачками спектральной функции на частотах, соответствующих локальным максимумам корреляционной функции флуктуаций (или минимумам структурной функции).

Если сгладить ступеньки, то экспериментальные спектры неразвитой турбулентности будут иметь ряд характерных участков быстрого степенного убывания. Так, если в протяженном энергетическом интервале $W_T \sim \text{const}$, то по мере роста частоты (в инерционном интервале) сначала $W_T \sim f^{-8/3}$,

а затем $W_T \sim f^{-12/3}$. Следовательно, в зарождающейся турбулентности перекачка энергии от больших вихрей к малым незначительна, т.е. вихри слабо размыты. При дальнейшем увеличении частоты, в вязком интервале, где спектральная плотность близка к шумовому уровню, убывание спектров замедляется, $W_T \sim f^{-2/3}$. Аналогичное поведение спектров наблюдается и в других точках измерений в павильоне.

Для построения приближенной теоретической модели $\Phi_T(\chi)$ спектров зарождающейся турбулентности можно использовать кармановскую модель с соответствующим рис. 1 убыванием в инерционном интервале. Как известно [1], кармановский одномерный пространственный спектр $V(\chi)$ в общем случае можно представить в виде

$$V(\chi) = V(0)(1 + \chi^2/\chi_0^2)^{-(\nu+1/2)} \exp(-\chi^2/\chi_m^2);$$

$$\chi_0 = 2\pi/L_0, \chi_m = 5,92/l_0; \quad (1)$$

$$V(0) = B(0)\chi_0^{-1} \Gamma(\nu + 1/2) \Gamma^{-1}(\nu) \pi^{-1/2},$$

где L_0 и l_0 — соответственно внешний и внутренний масштабы турбулентности; $V(0)$ — значение спектра в нуле; $B(0)$ — дисперсия случайного процесса; параметр ν задает скорость убывания спектра в инерционном интервале. Для развитой турбулентности $\nu = 1/3$, тогда в инерционном интервале $V(\chi) \sim \chi^{-5/3}$. В зарождающейся турбулентности, согласно рис. 1, следует положить $\nu = 5/6$, что в большей части инерционного интервала дает $V(\chi) \sim \chi^{-8/3}$. Дальнейшее более быстрое убывание спектра ($V(\chi) \sim \chi^{-12/3}$) описывается экспоненциальным множителем в (1).

Максимальная погрешность аппроксимации реальных спектров выражением (1) приходится на область очень больших частот (вязкий интервал). Поэтому в задачах распространения волн, в которых большую роль играет вязкий интервал, следует использовать модель, более подробную, чем (1). В задачах, где основной вклад приходится на флуктуации фазы волны (смещения оптических пучков, дрожание изображений и др.), вязкий интервал не вносит существенного вклада, поэтому аппроксимация (1) применима.

Положим в (1) $\nu = 5/6$ и воспользуемся соотношением $W(f) = (4\pi/\nu)V(2\pi f/\nu)$ [1] (где ν — модуль вектора скорости ветра), связывающим пространственный спектр $V(\chi)$ с временным спектром по положительным частотам $W(f)$. Тогда по экспериментальным данным для $W(0)$ и $B(0)$ из (1) можно (аналогично [3]) восстановить значения внешнего масштаба турбулентности L_0 во всех точках измерений в павильоне. Полученные значения L_0 , однако, не дают достаточно хорошего совпадения (1) с экспериментом. Совпадения можно достичь, используя в (1) растяжение оси частот $\chi \rightarrow \xi\chi$ с некоторым подобранным коэффициентом растяжения ξ . Тогда $L_0 \rightarrow \xi L_0$. Возникающие при этом изменения в величине C_T^2 незначительны и находятся в пределах ошибок измерений.

В табл. 1 приведены коэффициенты растяжения ξ и итоговые величины внешнего и внутреннего масштабов турбулентности для спектров (1) при $\nu = 5/6$ и $1/3$.

Таблица 1

Параметры спектров зарождающейся турбулентности						
№ точки наблюдения	$\nu = 5/6$			$\nu = 1/3$		
	ξ	L_0 , см	l_0 , см	ξ	L_0 , см	l_0 , см
1	1,2	33,2	1,2	3,0	83,0	1,8
2	1,4	47,4	2,3	3,0	101,6	3,5
3	1,1	19,8	1,2	3,0	53,9	1,2
4	1,2	27,0	1,8	3,0	67,5	2,8
5	1,4	62,6	2,3	2,8	125,1	4,1
6	1,2	18,5	1,6	3,0	46,4	2,1
7	1,1	46,4	2,3	3,0	126,5	2,9
8	1,5	18,0	1,84	3,0	36,0	2,8
9	1,3	60,3	2,3	3,0	139,2	3,9
10	1,4	18,1	1,8	3,0	38,9	1,8
11	1,2	30,4	2,3	3,0	76,1	2,9
12	1,4	25,4	2,3	3,0	54,3	3,2

Как видно из табл. 1, внутренний масштаб зарождающейся турбулентности l_0 (среднее $l_0 = 1,9$ см, $\nu = 5/6$ и $l_0 = 2,7$ см, $\nu = 1/3$) на порядок больше внутреннего масштаба в открытой атмосфере (0,7–4 мм [1–3]).

Модель (1) при $\nu = 5/6$, которую можно считать спектром флуктуаций в зарождающейся турбулентности, лучше совпадает с экспериментом, чем при $\nu = 1/3$ (развитая турбулентность). В этом легко убедиться, сравнивая кривые 4, 5 на рис. 1. Площади под этими кривыми отличаются от экспериментальной соответственно на 15% ($\nu = 5/6$) и 28% ($\nu = 1/3$). Однако модель (1) с $\nu = 1/3$ широко распространена. Она позволяет легко перенести решения задач распространения волн в развитой турбулентности на случай зарождающейся турбулентности. Поэтому модель (1) с $\nu = 1/3$ часто будет более предпочтительной.

Применяя соотношение

$$\Phi_T(\kappa) = -[1/(2\pi\kappa)]dV_T(\kappa)/d\kappa$$

и опуская экспоненциально малые поправки, получаем модель трехмерного спектра температуры в зарождающейся турбулентности

$$\Phi_T(\kappa) = A_0 C_T^2 (6,6\kappa_0)^{2(\nu-1/3)} (\kappa^2 + \kappa_0^2)^{-(\nu+3/2)} \exp(-\kappa^2/\kappa_m^2),$$

$$A_0 = 0,033, \kappa_0 = 2\pi/L_0, \kappa_m = 5,92/l_0.$$

Параметры этого спектра L_0 , l_0 для $\nu = 5/6$ и $\nu = 1/3$ даны в табл. 1. Видно, что при $\nu = 5/6$ в инерционном интервале $\Phi_T(\kappa) \sim \kappa^{-14/3}$, а при $\nu = 1/3$ $\Phi_T(\kappa) \sim \kappa^{-11/3}$. Так же, как и для $V(\kappa)$, спектр $\Phi_T(\kappa)$ является более точным при $\nu = 5/6$.

На рис. 2 показано распределение размеров внешнего масштаба турбулентности L_0 в вертикальной плоскости внутри павильона. Точно такая же, как и на рис. 2, периодичность наблюдается и для внутреннего масштаба турбулентности l_0 (см. табл. 1). При этом меньшему внешнему масштабу соответствует меньший внутренний.

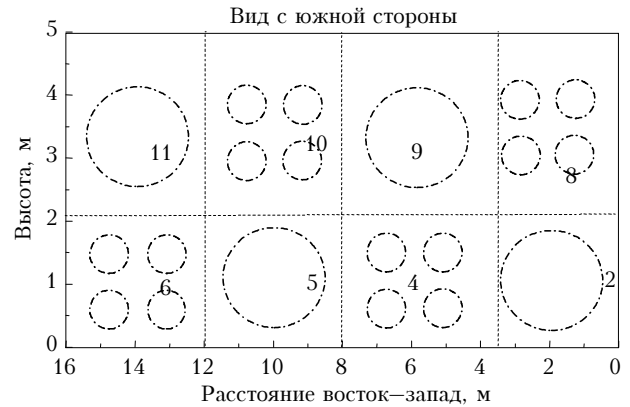


Рис. 2. Схема распределения значений внешнего масштаба турбулентности L_0 в вертикальной плоскости, проходящей через центр павильона и линию запад–восток (по данным табл. 1). Окружности большего диаметра соответствуют большим значениям L_0 . Цифры – номера и положение точек наблюдения

Как известно, внешний и внутренний масштабы определяют максимальный и минимальный размеры неоднородностей. Поэтому, как следует из рис. 2 и табл. 1, в павильоне имеет место пространственная периодичность размеров неоднородностей поля температуры (типа шахматной структуры).

Области с уменьшенными размерами внешнего масштаба можно назвать турбулентными пробками (или фокусами). В этих областях наблюдается усиленный распад крупномасштабного осредненного течения на более мелкие пространственные компоненты. Интенсивность случайных вариаций температуры, характеризуемая параметром C_T^2 (величина периодическая, как это видно из [5, табл. 4, точки 2, 4, 5, 6]) в фокусах в среднем уменьшается. Это вызвано меньшими перепадами температуры (пассивной примеси [1, 2]) в более размытых и более мелких вихрях в фокусах.

2. Сценарии стохастизации конвективных течений

Сравним результаты измерений в павильоне с известными данными о возникновении турбулентности из ламинарных течений (сценарии стохастизации).

Как известно [2], к основным сценариям стохастизации относятся сценарии Ландау–Хопфа, Рюэля–Таккенса, Фейгенбаума и Помо–Манневилля. Ниже мы увидим, что в зарождающейся конвективной турбулентности подтверждаются все основные сценарии.

Сценарий Помо–Манневилля

Известно [2, 6], что с увеличением дистанции (числа Рейнольдса) в ламинарных течениях в трубах вначале возникают небольшие турбулентные области, в которых течение неламинарно. Эти области обычно называют турбулентными пробками (или пятнами). С ростом дистанции пробки становятся длиннее, сливаясь в итоге в сплошную турбулентную

струю. Турбулентные пробки наблюдаются и в экспериментах, построенных по другим схемам [6]. Появление пробок приводит к перемежающемуся чередованию ламинарных и турбулентных режимов. Такое возникновение турбулентности через перемежаемость называется сценарием Помо–Манневилля [2, 7].

Из наших измерений следует, что турбулентные пробки и перемежаемость (и, как видно из [5, рис. 8], соответствующие им бифуркации смены устойчивости) существуют и в периодических течениях в ячейке Бенара. Роль пробок выполняют области с уменьшенными пространственными компонентами (уменьшенными внешним L_0 и внутренним l_0 масштабами). Пробки оказываются замороженными в структуру ячейки Бенара и чередуются (перемежаются) с областями крупных масштабов L_0 и l_0 . Следовательно, наши данные подтверждают сценарий Помо–Манневилля.

Сценарий Ландау–Хопфа

Зарождающаяся турбулентность в ячейке Бенара является удобной моделью, на которой можно наглядно проследить процесс распада энергонесущих вихрей на более мелкие. Действительно, единственным энергонесущим вихрем в ячейке Бенара можно считать тороидальный вихрь осредненных движений. Его размеры определяются размерами помещения, где он возникает. В открытой атмосфере зарегистрировать размеры главного энергонесущего вихря достаточно трудно, так как он зависит от климатообразующих факторов. За этот вихрь обычно принимается внешний масштаб турбулентности, который сам является продуктом распада.

На рис. 3 показаны вместе коэффициент корреляции b_T и выборочный несглаженный частотный спектр W_T температуры, рассчитанные по данным измерений в павильоне (в точке 5).

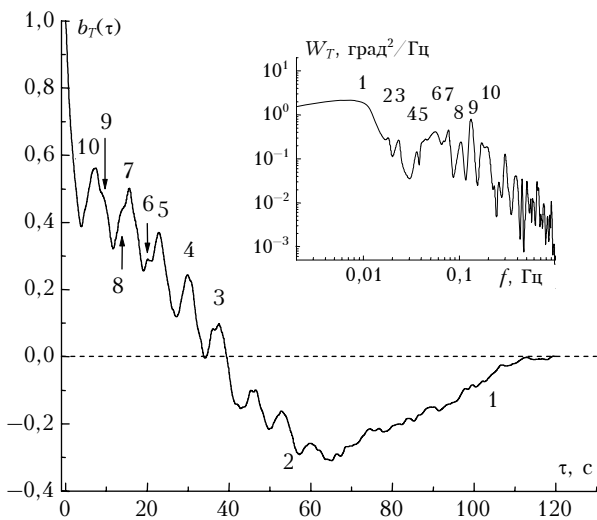


Рис. 3. Коэффициент корреляции b_T и несглаженный частотный спектр W_T (справа вверху) в павильоне (τ – время). Цифрами обозначены номера максимумов b_T и W_T , соответствующих друг другу

Коэффициент корреляции b_T вычислен по разным выборочным оценкам [8–10]. Однако они дают совпадающие результаты и обнаруживают локальные максимумы b_T . Корреляционную функцию можно рассчитывать с произвольно малой ошибкой при большой длине выборки N (дисперсия оценки b_T пропорциональна $1/N$). В нашем случае $N = 19139$, поэтому 95%-е доверительные границы определения функции b_T , приведенной на рис. 3, составляют $\pm 0,014$. Такой доверительный интервал значительно меньше величины максимумов b_T .

Выборочный спектр W_T рассчитан без сглаживания с прямоугольным спектральным окном. Как известно [8, 9], такое окно действует как щель шириной $\sim 2/T$ ($T = 120$ с). Этого разрешения вполне достаточно, чтобы обнаружить максимумы спектра W_T , однозначно соответствующие максимумам b_T . Аргументы максимумов b_T и W_T связаны соотношением $\tau_k f_k = 1$, $k = 1, 2, \dots$ (величины τ_1, f_1 обычно определяют характерные масштабы убывания функций b_T и W_T). Из соотношения $2\pi R_1 = v\tau_1 = v/f_1$ можно легко восстановить диаметр $2R_1$ главного энергонесущего вихря. В павильоне в точке 5 он равен 294,4 см ($v = 9$ см/с, $f_1 = 0,00973$ Гц). Практически такой же результат получается из данных [5, рис. 7], если траектории осредненных движений считать окружностями.

Из сравнения спектров W_T , приведенных на рис. 1 и 3, видно, что при стандартном сглаживании спектра широким спектральным окном (дисперсия сглаженного спектра на рис. 1 составляет 1% от дисперсии выборочного спектра на рис. 3) реальные максимумы спектра исчезают. Поэтому, чтобы вычислить частоты максимумов (гармоник) спектра, нужно использовать данные рис. 3. Однако прямоугольное спектральное окно имеет крупные боковые лепестки, приводящие к осцилляциям, особенно на высоких частотах. Избавиться от этих лепестков можно, применив любое из распространенных непрямоугольных окон (разница между ними невелика), например окно Велча (Welch) [10]. По сравнению с прямоугольным окном это окно уменьшает дисперсию приблизительно в 2 раза и во столько же раз увеличивает ширину полосы частот. Увеличение полосы допустимо, так как она оказывается меньше средней ширины максимумов спектра, в чем можно убедиться из данных для W_T на рис. 3.

Для улучшения выборочной оценки можно дополнительно применить цифровой пороговый фильтр, который убирает слабые (ниже среднего, приведенного на рис. 1) гармоники в спектре. Эти гармоники можно интерпретировать либо как не полностью подавленные окном Велча высокочастотные боковые лепестки, либо как слабо выраженный переходной процесс распада энергонесущего вихря на более мелкие. Ниже показано (см. рис. 6), что структура слабых гармоник фрактальна. Она не совпадает со структурой боковых лепестков. Поэтому боковые лепестки оказываются практически подавленными.

Анализ спектра на рис. 3, проведенный с использованием различных спектральных окон (вклю-

чая и прямоугольное), показывает, что на частотах менее 0,17 Гц максимумы спектра сохраняются практически для всех окон, поэтому применение порогового фильтра оправданно на более высоких частотах. Пороговый фильтр, таким образом, выделяет из спектра главные максимумы (или гармоники первого порядка).

На основании вышеприведенного анализа частоты гармоник (аргументы максимумов) в спектре флуктуаций W_T можно интерпретировать как частоты стабильных вихрей, наблюдающихся в поле температуры (рис. 4).

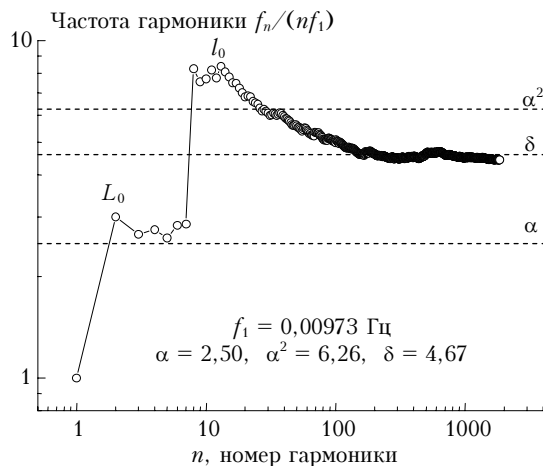


Рис. 4. Частоты стабильных вихрей (гармоник) первого порядка f_n в спектре флуктуаций W_T

Частоты вихрей f_n оказываются кратными частоте главного энергонесущего вихря $f_1 = 0,00973$ Гц. Нормированные на f_1 , они являются натуральными числами ($n = 1, 2, \dots$):

$$f_n/f_1 = 1, 6, 8, 11, 13, 17, 20, 31, 66, 68, 90, 93, 109, 113, 117, 120, 127, 130, 133, 136, 144, 150, 152, 157, 162, \dots$$

(отличие от целых не более чем на 0,03%, в виде малых поправок в четвертом, третьем, втором знаках после запятой). Кратные частоты есть точный результат дискретного распада главного энергонесущего вихря на более мелкие. По этим частотам из соотношения $2\pi R_n = v/f_n$, $n = 1, 2, \dots$, можно рассчитать соответствующие каждой гармонике диаметры вихрей. Они приведены на рис. 5.

Из сравнения данных на рис. 5 и табл. 1 (точка 5, $v = 5/6$) видно, что вторая частота $6f_1$ приблизительно соответствует внешнему масштабу турбулентности L_0 ($2R_1 = 294$ см, $2R_2 = 49$ см), а частоты $127f_1$, $130f_1$ (на которых заканчивается инерционный интервал) — внутреннему масштабу l_0 ($2R_{17} = 2,3$ см).

В вязком интервале и в части инерционного наблюдаются вихри, являющиеся продуктом распада более крупных вихрей (их частоты кратны более низким частотам). Например,

$$f_n/f_2 = 11, 15, 20, 24, 25, \dots (n = 8, 11, 16, 21, 22, \dots);$$

$$f_n/f_3 = 15, 17, 18, 19, 36, \dots (n = 16, 20, 21, 23, 52, \dots).$$

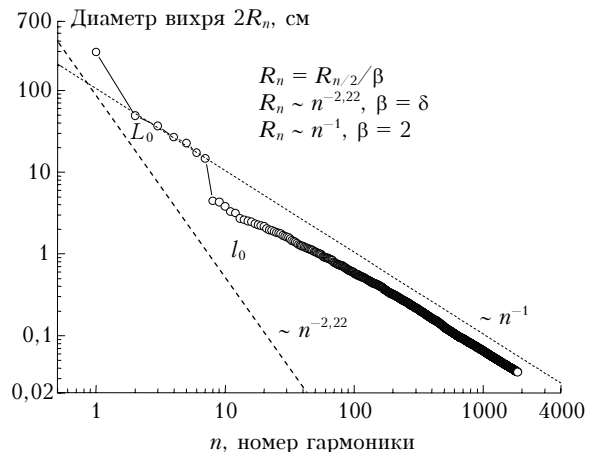


Рис. 5. Диаметры стабильных вихрей первого порядка $2R_n$ в спектре флуктуаций W_T

Процессы, наблюдаемые внутри павильона, стационарны. Поэтому как возникновение главного вихря в ячейке Бенара (за счет градиента температуры), так и его распад на более мелкие происходят постоянно (самовоспроизводятся, возможно, одновременно). Результатом этого, как мы видим, является предельное N -периодическое течение с частотами f_n , $n = 1, 2, \dots, N$. Переход малого возмущения в устойчивое периодическое течение следует из решений уравнения Ландау, а само появление периодических по времени течений называется нормальной бифуркацией Хопфа. Сценарий Ландау—Хопфа описывает возникновение турбулентности как последовательность нормальных бифуркаций, порождающую предельное N -периодическое течение ($N \gg 1$) с, вообще говоря, несоизмеримыми частотами.

Однако несоизмеримость частот (фаз) обычно не реализуется. Поэтому, сохраняя идею, в настоящее время считают, что нормальные бифуркации образуют последовательные субгармоники [2, 11]. Легко видеть, что наши результаты подтверждают сценарий Ландау—Хопфа.

Сценарий Рюэлля—Таккенса

Сценарий Рюэлля—Таккенса можно считать уточнением сценария Ландау—Хопфа. Разница заключается в количестве произошедших нормальных бифуркаций, после которых течение можно считать турбулентным. Согласно этому сценарию турбулентность возникает (появляется странный аттрактор) уже после трех нормальных бифуркаций [2, 12]. Это означает, что турбулентным можно считать уже 3-периодическое течение ($N = 3$). Тогда конвективное течение станет турбулентным после возникновения главного вихря в ячейке Бенара и двух актов его распада.

Сценарий Фейгенбаума

Сценарий Фейгенбаума описывает появление турбулентности (странный аттрактор) в результате бесконечной последовательности бифуркаций удвоения периода [11]. Эти бифуркации проявляются

только при изменении величины некоторого управляющего параметра μ , например чисел Рейнольдса, Рэлея и др. Как известно, сценарий Фейгенбаума следует из универсальности расположения периодических точек $x_0, (x_1^0, x_1^1), (x_2^0, x_2^1, x_2^2, x_2^3), \dots, 2^m$ -кратных циклов. На графике $x(\mu)$ эти точки x_m^k соответствуют ветвям дерева, которые несимметрично раздваиваются в критических бифуркационных точках μ_m . Как для x_m^k , так и для параметра μ_m справедливы асимптотические соотношения подобия ($m \gg 1$, α и δ – константы Фейгенбаума):

$$\frac{x_m^k - x_m^{k+2^{m-1}}}{x_{m+1}^k - x_{m+1}^{k+2^m}} = \begin{cases} -\alpha, & 0 \leq k < 2^{m-1}, \\ \alpha^2, & 2^{m-1} \leq k < 2^m, \end{cases}$$

$$\sigma_m(\mu) = \frac{\mu_{m-1} - \mu_m}{\mu_m - \mu_{m+1}} = \delta, \quad \alpha = 2,503, \delta = 4,669.$$

Здесь под величиной x , вследствие универсальности, обычно понимается основной параметр, характеризующий нелинейную динамическую систему, например, координаты с размерностью (м) или, как в случае уравнений Навье-Стокса, обычная (м/с) или нормированная ($\Gamma c = 1/c$) скорость.

Равенство $\sigma_m(\mu) = \delta$ – асимптотическое. Однако в [11] показано, что оно пригодно уже после двух-трех удвоений периода (с точностью до нескольких процентов). Хорошая предсказательная способность теории есть следствие большой скорости сходимости δ ($\delta = 4,67$). Для приближенных оценок это равенство можно использовать и при $m \geq 0$. Действительно, нетрудно видеть, что уравнение $\sigma_m(\mu) = \delta$ имеет решение $\mu_m = c\delta^{-m} + \mu_\infty$, $c = \text{const}$. Полагая в этом решении $m = 0, 1$, получаем систему уравнений для отыскания неизвестных постоянных c, μ_∞ . Отсюда $c = \mu_0 - \mu_\infty$, $\mu_\infty = \mu_0 + (\mu_1 - \mu_0)\delta/(\delta - 1)$. Для логистического уравнения $x_{m+1} = \mu x_m(1 - x_m)$, рассмотренного в [11], как известно, можно считать, что $\mu_0 = 1$ и $\mu_1 = 3$, тогда $\mu_\infty = 3,54508$. Это число незначительно отличается от точного значения $\mu_\infty = 3,56994$, найденного в [11]. Отметим, что μ_m в зависимости от знака c (при $\mu_\infty \geq 0$) с ростом m может как расти ($c < 0$), так и убывать ($c > 0$).

В нашем случае значение управляющего параметра μ фиксировано (заданы размеры павильона, градиент температуры и т.п.), поэтому мы можем наблюдать только итог распада главного вихря. Однако вследствие самовоспроизводства гармоник, если бифуркации удвоения присутствуют, то гармоника, являющаяся результатом этих бифуркаций, можно зарегистрировать.

Пусть, например, основной параметр системы x есть смещение с размерностью длины. Тогда x_0 ($m = 0$) можно отождествить с радиусом главного вихря R_1 . Следующие величины (x_1^0, x_1^1) должны быть результатом распада x_0 (несимметричного раздвоения при $m = 1$). Их роль могут выполнять только два последующих наиболее крупных радиуса R_2, R_3 (другие слишком малы).

Тогда, как это следует из диаграммы распада [11], в качестве пары x_2^0, x_2^2 ($m = 2$) можно выбрать R_4, R_5 или R_5, R_6 (первый элемент в этих парах приблизительно равен половине R_2 , а второй – половине R_3).

Подставляя эти величины в соотношение Фейгенбаума, получаем $(R_2 - R_3)/(R_4 - R_5) = 2,97$; $(R_2 - R_3)/(R_5 - R_6) = 2,30$. Другую пару x_2^1, x_2^3 ($m = 2$) следует взять из явных продуктов распада вихрей радиусов R_2, R_3 (их частоты кратны f_2, f_3). Первым элементам продуктов распада соответствуют R_8, R_{16} (см. выше). Из соотношения Фейгенбаума находим $(R_2 - R_3)/(R_8 - R_{16}) = 6,11$.

Таким образом, несмотря на то что мы находимся в начале бифуркационного дерева ($m = 1, 2$), наши данные дают для модуля левой части соотношения Фейгенбаума значения, близкие к α и α^2 .

Отметим, что R_n удовлетворяют соотношению $R_n = R_{n/2}/\beta$ (см. рис. 5). В инерционном и вязком интервалах $\beta \approx 2$. Однако $\beta \approx \delta$ в энергетическом интервале и в инерционном вблизи l_0 , в этом случае равенство $R_n = R_{n/2}/\delta$ совпадает с соотношением подобия Фейгенбаума для Фурье-гармоник величин x [2, 11].

Наиболее ярко константы Фейгенбаума α, α^2, δ проявляются на графике частот гармоник. Как видно из рис. 4, с ростом n нормированная частота $y_n = f_n/(nf_1)$ испытывает два крупных скачка. Первый скачок наблюдается в районе внешнего масштаба турбулентности L_0 (частота y_n в результате насыщается на уровень α), второй скачок – в районе внутреннего масштаба l_0 (y_n насыщается на уровень δ , минуя уровень α^2). Эти скачки соответствуют большим ступенькам функции f_n/f_1 , которую можно интерпретировать как аналог «дьявольской лестницы» (см. ниже рис. 6). Присутствие констант α, α^2, δ на рис. 4 и выполнение соотношений подобия подтверждают сценарий Фейгенбаума.

Так как $y_m \rightarrow \delta$ и $\sigma_m(\mu) \rightarrow \delta$ при $m \gg 1$, то бифуркационные значения управляющего параметра μ_m можно связать с частотами гармоник f_m и радиусами вихрей R_m . Эти величины являются разными параметрами одного процесса возникновения турбулентности. Действительно, для некоторых положительных $\epsilon, \delta_1, \delta_2$, как только $m^* > \delta_1$ и $m > \delta_2$, должно быть $|y_m - \delta| < \epsilon$ и $|\sigma_{m^*} - \delta| < \epsilon$. Тогда $|y_m - \sigma_{m^*}| = |(y_m - \delta) - (\sigma_{m^*} - \delta)| \leq |y_m - \delta| + |\sigma_{m^*} - \delta| \leq 2\epsilon$. Следовательно, $\sigma_{m^*} \rightarrow y_m$. Уровни δ_1, δ_2 можно связать друг с другом, рассматривая области уверенной сходимости при достаточно больших m^*, m .

Известно [2, 11], что σ_{m^*} начинает быстро сходиться после нескольких итераций, поэтому в качестве границы области уверенной сходимости можно положить, например, $m^* \approx 4-5$. Это определяет уровень δ_1 . Частота y_m , как видно из рис. 4, начинает быстро сходиться к δ вблизи внутреннего масштаба l_0 при $m \approx 17-30$ (уровень δ_2). Следовательно, уровни δ_1, δ_2 и номера m^*, m оказываются связанными приближенными соотношениями $\delta_2 \approx 2^{\delta_1}, m \approx 2^{m^*}$.

С учетом этих соотношений из решения уравнения $\sigma_m(\mu) = y_n$, где $n \approx 2^m$, находим

$$\mu_m = cy_n^{-m} + \mu_x, y_n = f_n/(nf_1) = v/(2\pi n f_1 R_n),$$

$$c = \text{const}, n \approx 2^m. \quad (2)$$

Постоянная c здесь определяется после выбора типа параметра μ , например в виде числа Рейнольдса Re , числа Рэлея Ra или др. Для приближенных оценок соотношение (2), так же как и равенство $\sigma_m(\mu) = \delta$, применимо при $m \geq 0$.

В качестве примера покажем, как можно использовать равенство (2), когда параметр μ выбран в виде числа Рэлея. Положим в (2) $\mu_m = Ra_m / \text{const}$. Новая постоянная, как видно из (2), приводит просто к переопределению постоянной c .

Проследим процесс распада главного вихря в ячейке Бенара до уровня, когда существование стационарных периодических течений (вихрей) становится невозможным. В этом случае число Ra будет уменьшаться от некоторого максимального Ra_0 до критического Ra_{cr} . В процессе распада при достаточно большом m будет $Ra_m \ll Ra_{cr}$ и можно, следовательно, принять в первом приближении, что $Ra_x = 0$. Тогда из (2) получаем

$$Ra_m = Ra_{m_0} y_{n_0}^{m_0} y_n^{-m},$$

где m_0 — значение m , при котором известно Ra_{m_0} (так как $n = 2^m$, то $n_0 = 2^{m_0}$). Если $m_0 = 0$, то, в соответствии с нумерацией Фейгенбаума, Ra_{m_0} — число Рэлея для главного вихря в ячейке Бенара. Это число можно приближенно найти, положив в определении Ra толщину слоя h равной диаметру главного вихря.

В табл. 2 приведена бифуркационная диаграмма распада главного вихря в ячейке Бенара (зависимость чисел Рэлея Ra_m от номера бифуркации m). Здесь же показаны соответствующие m номера гармоник n и значения диаметров вихрей $2R_n$ (см).

Таблица 2

Диаграмма бифуркаций при распаде главного вихря

m	n	Ra_m	$2R_n$, см
0	1	$1,55 \cdot 10^9$	294
1	2	$5,15 \cdot 10^8$	49,1
2	4	$2,05 \cdot 10^8$	26,8
3	8	$2,76 \cdot 10^6$	4,5
4	16	$4,89 \cdot 10^5$	2,5
5	32	$1,94 \cdot 10^5$	1,5
6	64	$6,86 \cdot 10^4$	0,87
7	128	$2,65 \cdot 10^4$	0,50
8	256	$9,46 \cdot 10^3$	0,26
9	512	1474,1	0,12
10	1024	444,7	0,06
11	2048	67,5	0,05

Как видно из табл. 2, с ростом m бифуркационные числа Ra_m убывают и пересекают уровень Ra_{cr} ($Ra_{cr} = 657 \div 1708$), когда $m = m_{cr} \approx 9-10$. Такое же значение m_{cr} получается, если его найти из числа зарегистрированных гармоник (максимальное n

на рис. 4 составляет 1849), $m_{cr} \approx E(\lg n / \lg 2) = E(10,85) = 10$, где $E(x)$ — целая часть величины x .

Таким образом, мы наблюдаем в павильоне результат возникновения главного вихря в ячейке Бенара и приблизительно 10 актов его дискретного распада. Диаметры вихрей, соответствующие критическому значению m_{cr} (см. табл. 2), находятся в диапазоне 0,6–1,2 мм. Они совпадают с размерами минимальных вихрей, которые могут существовать в воздухе [2].

На основании проведенного анализа известные сценарии стохастизации можно разделить на две группы. К первой группе относятся сценарии появления (возникновения, творения, генерации) периодических течений из ламинарных потоков. В первую очередь, это сценарий Помо–Манневилля, а также конвекция Рэлея–Бенара. Ко второй группе относятся сценарии распада (разрушения, дегенерации) возникших вихревых периодических течений. В этой группе основным является сценарий Фейгенбаума. Сценарии Ландау–Хопфа и Рюэля–Таккенса (появление предельного N -периодического течения) содержат признаки обеих групп.

Из наших результатов следует, что в зарождающейся турбулентности подтверждаются сценарии обеих групп, имеют место возникновение периодического течения (главный вихрь в ячейке Бенара) и его дискретный распад. Эти процессы в принципе (в простейших ситуациях) подтверждаются известными решениями нелинейных уравнений гидродинамики. Однако в общем случае такие решения пока неизвестны.

Ясно, что вихревые решения должны существовать, раз они наблюдаются в эксперименте. Ясно также, что устойчивость вихревых решений будет определяться нелинейными резонансами (как между внешними силами и диссипативными процессами, так и между гармониками с соизмеримыми частотами). В этой связи становится более понятным механизм возникновения и существования гидродинамической турбулентности, в котором роль стохастизации существенно уменьшается. Тогда турбулентность, рассматриваемая обычно как чисто случайное явление, должна быть в значительной степени детерминированной.

Детерминированность турбулентности оказывается гораздо большей, чем можно было бы ожидать на основании результатов вышеприведенного анализа. Действительно, если рассмотреть подавленные пороговым фильтром гармоник спектра W_T из данных на рис. 3, то из них тем же фильтром можно выделить свои наибольшие максимумы (гармоники второго порядка). Оказывается, что локальная структура расположения гармоник второго порядка (между соседними главными гармониками первого порядка) подобна структуре расположения гармоник первого порядка во всем спектре W_T . Наблюдается локальное самоподобие спектра или, другими словами, фрактальность спектра турбулентности.

На рис. 6 приведена зависимость от частоты аргументов гармоник первого и второго порядков

(нормированные частоты гармоник f_n/f_1). Эта зависимость обычно называется «дьявольской самоподобной лестницей». В такой лестнице каждый внутренний промежуток между главными ступеньками подобен всей лестнице. Каждая черточка (ступенька) отвечает своему значению f_n/f_1 (для данных рис. 6 все эти значения — целые числа). Длинные черточки соответствуют гармоникам первого порядка, короткие — второго.

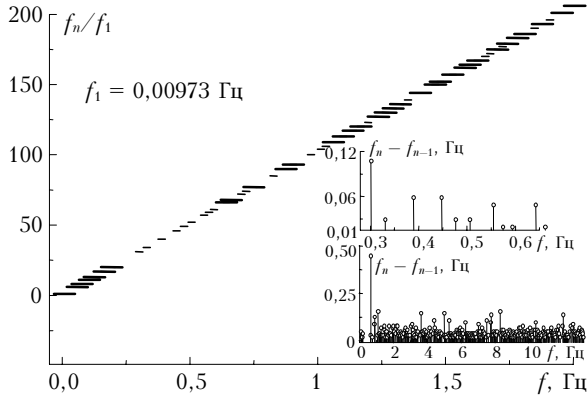


Рис. 6. «Дьявольская самоподобная лестница» (нормированные частоты гармоник первого и второго порядков f_n/f_1). Справа на вставке — расстояния между соседними гармониками $f_n - f_{n-1}$ ($n = 2, 3, \dots$): внизу — между гармониками первого порядка для всего спектра, вверху — второго порядка для интервала 0,19–0,64 Гц

На вставке в рис. 6 показаны расстояния между аргументами соседних гармоник $f_n - f_{n-1}$ ($n = 2, 3, \dots$) в зависимости от частоты (как функция от частот f_n). На нижнем графике вставки даны расстояния между аргументами гармоник первого порядка для всего спектра W_T (см. рис. 3). (Как видно из рис. 1, в спектре W_T достаточно рассмотреть только интервал частот 0–10 Гц, без слабой шумовой компоненты, которая обусловлена переходом энергии движения в тепло и наблюдается на частотах более 10 Гц.) На верхнем графике вставки (см. рис. 6) указаны расстояния между аргументами гармоник второго порядка для наиболее протяженного интервала между гармониками первого порядка (0,19–0,64 Гц). Как видно из «дьявольской лестницы», другие интервалы содержат меньшее количество гармоник второго порядка (из-за ограниченности экспериментальных возможностей) и поэтому не очень удобны для анализа.

Сравнение данных верхнего и нижнего графиков вставки показывает, что локальная структура расположения гармоник второго порядка подобна структуре расположения гармоник первого порядка во всем спектре W_T . Дьявольская лестница действительно является локально самоподобной, а сам спектр — фрактальным. Так как максимумы второго порядка являются существенно более слабыми по сравнению с максимумами первого порядка, то гармоники второго порядка можно назвать фрактальной тенью гармоник первого порядка. Таким образом, видно, что процесс возникновения и дробления турбулентных вихрей оказывается детерминированным даже в слабых спектральных деталях.

Как известно из метеорологии, в атмосфере существуют достаточно устойчивые вихревые образования (ячейки) разных масштабов. Наиболее крупными, радиусом до 5000 км, являются ячейки Ферреля и Гадлея (Ferrel, Hadley). Их можно рассматривать как разновидность ячеек Бенара в тонком сферическом слое (в масштабах Земли). Существуют также ячейки меньших размеров (циклоны, антициклоны, грозовые ячейки, смерчи и т.д.). Продукты распадов этих вихрей, имеющие четко выраженный детерминированный характер (соответствующий неколмогоровской зарождающейся турбулентности), можно наблюдать в открытой атмосфере. На рис. 7 приведены данные измерений в открытой атмосфере (Саянская солнечная обсерватория, 5 июля 2007 г.) и результат моделирования переноса постоянным ветром замороженной пространственной картины течений в помещениях БСВТ (последовательный медленный перенос через точку 5 [5, рис. 2], данных, зарегистрированных в 7 соседних точках, расположенных вдоль прямой линии на одной высоте).

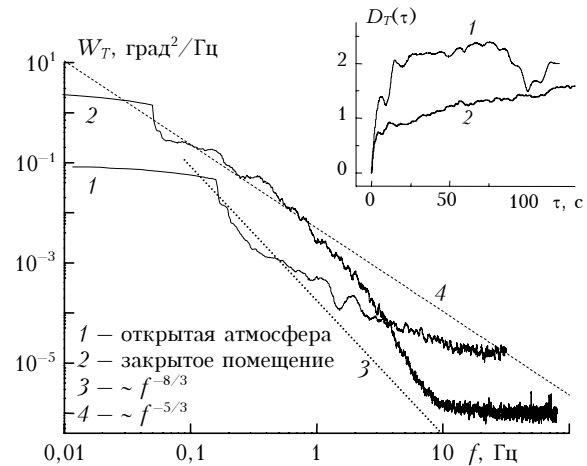


Рис. 7. Колмогоровская турбулентность — результат смешивания детерминированных вихрей. W_T — сглаженные спектры; D_T — структурные функции флуктуаций температуры: 1 — летние дневные измерения в горах (сухо, облачно). Высота над уровнем моря — 2000 м, высота над подстилающей поверхностью — 32 м. (Чтобы избежать наложения, спектральная кривая 1 сдвинута влево на 0,011 Гц); 2 — перенос ветром замороженной картины течений в помещениях БСВТ через одну точку

Сравнение рис. 7, рис. 1 и рис. 9 [5] показывает, что приведенные на рис. 7 результаты для открытой атмосферы соответствуют детерминированной зарождающейся неколмогоровской турбулентности ($W_T \sim f^{-8/3}$ в инерционном интервале). И наоборот, перенос через одну точку детерминированных вихрей, сформировавшихся в закрытых помещениях, дает в итоге колмогоровскую турбулентность ($W_T \sim f^{-5/3}$). Отсюда можно сделать вывод, что реальная атмосферная колмогоровская турбулентность есть смесь детерминированных разномасштабных вихрей, наблюдающихся в зарождающейся турбулентности.

3. Смещения спектральных линий за счет атмосферы павильона

Полученные выше данные для турбулентности внутри павильона спектрографа позволяют дать ответ на важный для практики вопрос о влиянии атмосферы внутри специализированных помещений телескопа на качество астрономических наблюдений. В первую очередь нас будут интересовать ошибки, возникающие в спектральных измерениях в БСВТ. В горизонтальной схеме Эберта эти ошибки в основном определяются горизонтальными смещениями спектральных линий за счет действия турбулентности и регулярной рефракции в атмосфере павильона.

В настоящее время смещения оптических пучков в открытой атмосфере хорошо изучены [13–18]. Достаточно полно изучено также дрожание изображений оптических источников [1, 16–19] (обычно в телескопах, внутри которых нет флуктуаций среды). Однако в той же схеме Эберта мы сталкиваемся со случаем, когда несколько оптических элементов разделены слоями атмосферы с флуктуирующими характеристиками. Возникают многократные отражения на системе элементов из зеркал, дифракционной решетки и др., расположенных в турбулентной среде. Поэтому вопрос о смещениях оптических пучков в такой многослойной среде становится более сложным.

На этот вопрос можно ответить в рамках теории Эренфеста, обобщенной на случай среды с разрывными характеристиками. Такой средой будет система смежных областей, разделенных плоскостями. На каждой плоскости поле прошедшей волны u_{out} связано с полем падающей u_{in} некоторым интегральным преобразованием. Внутри каждой области (слоя) диэлектрическая проницаемость ϵ есть сумма случайной ϵ_t и регулярной ϵ_r функций ($\epsilon = \epsilon_t + \epsilon_r$, $\epsilon_1 = \epsilon - 1$). Такие разрывные среды характерны для составных атмосферно-оптических систем.

В квантовой механике теорема Эренфеста выражает координаты частицы через произведение плотности вероятности на градиент потенциальной энергии. Для распространения света в турбулентной среде теорема Эренфеста вновь доказана В.И. Клячкиным, А.И. Коном [13]. Она выражает координаты энергетического центра пучка $\mathbf{R}_c(x)$ на трассе длиной x через произведение интенсивности $I(x, \mathbf{R})$ на градиент диэлектрической проницаемости $\nabla_{\mathbf{R}} \epsilon_1(x, \mathbf{R})$. Для среды с разрывными характеристиками теорема Эренфеста получена В.В. Носовым [20].

Пусть атмосферно-оптическая система состоит из N слоев, разделенных плоскостями в точках x_k , $k = 1, 2, \dots, N$ ($x_1 < x_2 < \dots < x_N \leq x$). Граничное условие задаем в плоскости x_1 . Для простоты рассмотрим случай, когда u_{out} получается из u_{in} обычным амплитудно-фазовым преобразованием:

$$u_{out}(x_k, \mathbf{R}) = t_k(\mathbf{R})u_{in}(x_k, \mathbf{R}),$$

$$t_k(\mathbf{R}) = \exp[-R^2/a_k^2 - ikR^2/(2F_k^2)],$$

$$k = 2\pi/\lambda, \quad t_k(\mathbf{R})t_k^*(\mathbf{R}) = T_k(\mathbf{R}).$$

Здесь a_k и F_k – соответственно радиус и радиус кривизны фазового фронта оптического элемента, расположенного в плоскости x_k ; k – волновое число. Это преобразование позволяет рассматривать эффекты преломлений на системах линз и диафрагм, многократные отражения от сферических и плоских зеркал и др.

Для координат энергетического центра пучка $\mathbf{R}_c(x)$ на трассе длиной x ($x \geq x_N$) тогда имеем

$$\mathbf{R}_c(x) = \sum_{k=1}^{N-1} \left\{ \left(1 - \frac{x - x_N}{F_{x(k)}} \right) \times \right.$$

$$\times \int_{x_k}^{x_{k+1}} dx' \alpha_k(x') + (x - x_N) [\alpha_k(x_{k+1}) - \alpha_k(x_k)] \left. \right\} +$$

$$+ \left(1 - \frac{x - x_N}{F_{x(1)}} \right) \beta(x_1) + (x - x_N) \frac{\partial \beta(x)}{\partial x} \Big|_{x=x_1} +$$

$$+ \frac{1}{2p(x_N)} \int_{x_N}^x dx' (x - x') \int d^2 R \nabla_{\mathbf{R}} \epsilon_1(\xi, \mathbf{R}) \gamma(x', \mathbf{R}, 0), \quad (3)$$

$$\alpha_k(x') = -\frac{i}{k} \frac{1}{p(x_N)} \int d^2 R T_{x(k)}(\mathbf{R}) \nabla_{\rho} \gamma(x', \mathbf{R}, \rho) \Big|_{\rho=0},$$

$$\beta(x_1) = \frac{1}{p(x_N)} \int d^2 R R T_{x(1)}(\mathbf{R}) \gamma(x_1, \mathbf{R}, 0),$$

$$T_{x(k)}(\mathbf{R}) = T_{k+1}(\mathbf{R}) T_{k+2}(\mathbf{R}) \dots T_{N-1}(\mathbf{R}) T_N(\mathbf{R}),$$

$$F_{x(k)}^{-1} = F_{k+1}^{-1} + F_{k+2}^{-1} + \dots + F_{N-1}^{-1} + F_N^{-1}.$$

Здесь $\alpha_k(x')$ – угловые координаты в k -м слое энергетического центра пучка, интенсивность которого в поперечной плоскости ограничена амплитудной фильтрующей функцией $T_{x(k)}(\mathbf{R})$ (для соосных симметричных оптических элементов этот фильтр эквивалентен диафрагме с радиусом, наименьшим из радиусов всех последующих элементов: $k+1, k+2, \dots, N$); $\beta(x_1)$ – аналогичные пространственные координаты центра в начальной плоскости x_1 (граничное условие);

$$\gamma(x', \mathbf{R}, \rho) = u(x', \mathbf{R} + \rho/2) u^*(x', \mathbf{R} - \rho/2),$$

$$\gamma(x', \mathbf{R}, 0) = I(x', \mathbf{R}),$$

$p(x_N)$ – поток на выходе последнего N -го оптического элемента. Величину $\alpha_k(x)$, в случае, когда $t_k(\mathbf{R})$ есть линза и $x \geq x_k$, можно отождествить с угловыми координатами изображения источника (в плоскости анализа x) после прохождения k слоев.

При $N = 1$ сумма в (3) исчезает, $T_{x(k)}(\mathbf{R}) = 1$, $F_{x(k)}^{-1} = 0$, а $\beta(x_1)$ и $\partial \beta(x)/\partial x|_{x=x_1}$ соответствуют обычным граничным условиям для координат центра пучка. В этом случае из (3) следует традиционная

форма теоремы Эренфеста, дающая координаты центра пучка в открытой атмосфере. При $N = 2$ и $\varepsilon_1 = 0$ во втором слое $\mathbf{R}_c(x)$ в (3) есть пространственные координаты (в плоскости x) изображения источника, размещенного в начальной плоскости x_1 (это дрожание изображения, если t_2 соответствует линзе).

Как видно из (3), после прохождения волной N слоев координаты центра пучка являются суммой (случайных и регулярных) координат смещений пучка в последнем слое и координат смещений изображений каждой из N предшествующих апертур. Сюда добавляются также смещения каждого изображения, проинтегрированные по предыдущему слою. Следовательно, обобщенная теорема Эренфеста объединяет в единое целое смещения пучка, смещения изображений и регулярную рефракцию в составных атмосферно-оптических системах.

При доказательстве теоремы получено уравнение для величины γ в составных системах. Из этого уравнения, в свою очередь, получено уравнение для потока. Показано, что флуктуирующая часть потока является дрожанием изображения оптического диполя (разность дрожаний двух равных соприкасающихся апертур). Поэтому с ростом β_0^2 ($\beta_0^2 = 1,23C_n^2 k^{7/6} x^{11/6}$) дисперсия потока вначале растет, а затем убывает. В этой связи теорема Эренфеста позволяет сравнительно просто усреднить отношение двух случайных величин в векторе смещения изображения.

В (3) далее используется равенство $\nabla_\rho \gamma|_{\rho=0} = iI(x, \mathbf{R}) \nabla_{\mathbf{R}} S(x, \mathbf{R})$, связывающее поле волны u с фазой S и интенсивностью I . В некоторых ситуациях фаза сильно разрушается и не является аналитической функцией, тогда возникает неопределенность типа $\nabla_\rho \gamma|_{\rho=0} = \nabla_\rho \delta(\rho)|_{\rho=0} \sim \nabla_\rho \delta^2(\rho)$. Для устранения такой сингулярности необходимо изменить порядок перехода к пределам.

После устранения сингулярности фазы лучевое приближение, используемое для расчетов смещений изображений [19], дает результаты, совпадающие с приведенными в [18]. В частности, совпадают выражения для дисперсии смещений изображения некогерентного источника, в сильных флуктуациях дисперсия дрожания $\sim \beta_0^{8/5}$, совпадает зависимость от положения плоскости наблюдения. Установлено, что лучевое приближение в свободной атмосфере практически совпадает со среднеинтенсивным приближением [13–18] для смещений пучка.

Для симметричных соосных апертур $\beta(x_1) = 0$ и $\partial\beta(x)/\partial x|_{x=x_1} = 0$, тогда и $\langle \mathbf{R}_c(x) \rangle = 0$. Среднюю интенсивность симметричного пучка в составной атмосферной оптической системе можно представить, как известно, выражением

$$\langle I(x, \mathbf{R}) \rangle = \frac{a_3^2(x_1)}{a_3^2(x)} \exp\{-\mathbf{R}^2 / a_3^2(x)\} \langle I(x_1, 0) \rangle,$$

где $a_3(x)$ есть эффективный радиус пучка на расстоянии x . Тогда в лучевом приближении имеем

$$\mathbf{R}_c(x) = \frac{1}{2 \langle p(x_N) \rangle} \int_{x_1}^x d\xi \int d^2\rho \langle I(\xi, \rho) \rangle \nabla_\perp \varepsilon_1(\xi, \rho) \times \\ \times \{ (x - \xi) \theta(\xi - x_N) + \theta(x_N - \xi) [\eta_1(\xi, \rho) + \eta_2(\xi, \rho)] \},$$

$$\eta_1(\xi, \rho) = \sum_{k=1}^{N-1} \left(1 - \frac{x - x_N}{F_{x(k)}} \right) \times$$

$$\times \int_{\max(\xi, x_k)}^{\max(\xi, x_{k+1})} dx' I(\xi, x') \exp\{-\rho^2 / a_{T,k}^2(\xi, x')\},$$

$$\eta_2(\xi, \rho) = (x - x_N) \sum_{k=1}^{N-1} [I(\xi, x_{k+1}) \exp\{-\rho^2 / a_{T,k}^2(\xi, x_{k+1})\} \times \\ \times \theta(x_{k+1} - \xi) - I(\xi, x_k) \exp\{-\rho^2 / a_{T,k}^2(\xi, x_k)\} \theta(x_k - \xi)],$$

$$a_{T,k}^2(\xi, x') = a_{x(k)}^2 l^2(\xi, x'), \quad l^2(\xi, x') = \frac{a_3^2(\xi)}{a_3^2(x')},$$

$$\theta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases}$$

$$N \geq 2, \quad a_{x(k)}^2 = a_{k-1}^2 + a_{k-2}^2 + \dots + a_{N-1}^2 + a_N^2;$$

$$a_{x(k)}^2 = 0 \text{ при } N=1.$$

Для оценки ошибок, возникающих в спектральных измерениях, оптическую трассу в павильоне спектрографа БСВТ [5, рис. 1] можно представить суммой трех участков: входное окно – диагональное зеркало (коллиматор, $F_2 = 9,5$ м [4]), диагональное зеркало – дифракционная решетка – камерное зеркало ($F_3 = 14$ м [4]), камерное зеркало – выходная щель спектрографа (ПЗС-камера [4]). На первом участке оптическая волна является приблизительно сферической, на втором – плоской (так как дифракционная решетка не дает большого уширения отраженного от нее пучка [21]), а на третьем – сфокусированный пучок. Тогда в схеме все оптические элементы соосны и приблизительно симметричны и $N = 3$ в (3). Для упрощения расчетов в спектре турбулентности (1) положим $\nu = 1/3$. Трассовые профили внешнего кармановского L_0 и внутреннего l_0 масштабов турбулентности тогда находим из табл. 1 при $\nu = 1/3$. Обычно в расчетах кармановская модель спектра заменяется на экспоненциальную, поэтому нужно учесть связь между внешними масштабами, соответствующими этим моделям [16–19]. Далее из данных [5, табл. 4] получаем необходимые трассовые профили C_n^2 .

Вычислив дисперсию $\langle \mathbf{R}_c^2 \rangle$, для волн оптического диапазона ($0,4 \text{ мкм} < \lambda < 0,8 \text{ мкм}$) находим, что горизонтальные случайные смещения спектральных линий, возникающие за счет павильонных эффектов ($\beta_0 \approx 0,19$), составляют около $0,6$ угл. с. Этот результат относится к случаю, когда камерное зеркало размещено в точке 7 [5, рис. 1] и можно не учитывать взаимные перекрытия трасс в павильоне. Если же камерное зеркало находится в точке 6 [5, рис. 1], то перекрытия трасс нужно учитывать. Тогда случайные смещения могут достигать 1 угл. с. Отметим, что смещения спектральных линий происходят медленно, с частотой около $0,01$ Гц. Это

следует из оценок характерных частот, полученных на основе данных [19]. Вследствие низких частот смещений линий зарождающаяся турбулентность по оптическим свойствам приближается к регулярной рефракции.

Температурные градиенты в павильоне спектрографа порождают не только ячейку Бенара и зарождающуюся турбулентность. Они создают регулярный профиль градиента диэлектрической проницаемости, что является причиной регулярной рефракции. Для учета этого явления в выражении (3) нужно положить $\nabla_{\perp}\varepsilon_1 = 2(n-1)(\nabla_{\perp}P/P - \nabla_{\perp}T/T)$, где n — показатель преломления воздуха; P — давление; T — средняя температура. На трассах вблизи подстилающей поверхности первое слагаемое в этой формуле обычно значительно меньше второго. Поэтому можно считать, что $\nabla_{\perp}\varepsilon_1 = -2(n-1)\nabla_{\perp}T/T$. Тогда находим, что регулярная рефракция вносит малый вклад в ошибки измерений: боковая — 0,01 угл. с, вертикальная — 1 угл. с.

Работа выполнена при финансировании в рамках комплексного интеграционного проекта СО РАН № 3.2 «Развитие адаптивных систем коррекции изображения для наземных телескопов» и Программы Президиума РАН № 16. Часть 3. Проект 1. «Дневной астроклимат и проблемы построения адаптивного телескопа».

1. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967. 548 с.
2. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Т. 1. М.: Наука, 1967, 696 с.; Т. 2. СПб.: Гидрометеоздат, 1996. 742 с.
3. Носов В.В., Емалеев О.Н., Лукин В.П., Носов Е.В. Полуэмпирические гипотезы теории турбулентности в анизотропном пограничном слое // Оптика атмосф. и океана. 2005. Т. 18. № 10. С. 845–862.
4. Skomorovsky V.I., Firstova N.M. The large solar vacuum telescope: the optical system, and first spectral observations // Solar Physics. Belgium: Kluwer Ac. Publ., 1996. V. 163. P. 209–222.
5. Носов В.В., Григорьев В.М., Ковадло П.Г., Лукин В.П., Носов Е.В., Торгаев А.В. Астроклимат специализированных помещений Большого солнечного вакуумного телескопа. Ч. 1 // Оптика атмосф. и океана. 2007. Т. 20. № 11. С. 1013–1022.
6. Жигулев В.Н., Тумин А.М. Возникновение турбулентности. Новосибирск: Наука, 1987. 283 с.
7. Pomeau Y., Menneville P. Intermittent transition to turbulence dissipative dynamical system // Commun. Math. Phys. 1980. V. 74. N 2. P. 189–197.

8. Дженкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения. Ч. 1. М.: Мир, 1971. 317 с.; Ч. 2. М.: Мир, 1972. 285 с.
9. Бендат Дж., Пирсол А. Измерения и анализ случайных процессов. М.: Мир, 1971; Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. М.: Мир, 1989. 540 с.
10. Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., Flannery B.P. Numerical Recipes in C. 2-nd ed. Cambridge univer. press, 2002. 994 p.
11. Feigenbaum M.J. Quantitative universality for a class of nonlinear transformations // J. Statist. Phys. 1978. V. 19. N 1. P. 25–32; Фейгенбаум М.Дж. Универсальность в поведении нелинейных систем // Успехи физ. наук, 1983. Т. 141. Вып. 2. С. 343–374.
12. Ruelle D., Takens F. On the nature of turbulence // Comm. Math. Phys. 1971. V. 20. N 2. P. 167–192; Ruelle D. Strange attractors // Math. Intell. 1980. V. 2. N 3. P. 126–137.
13. Кляцкин В.И., Кон А.И. О смещениях пространственно ограниченных световых пучков в турбулентной атмосфере в приближении марковского случайного процесса // Изв. вузов. Радиофиз. 1972. Т. 15. № 9. С. 1381–1388.
14. Кон А.И., Миронов В.Л., Носов В.В. Флуктуации центров тяжести световых пучков в турбулентной атмосфере // Изв. вузов. Радиофиз. 1974. Т. 17. № 10. С. 1501–1511.
15. Mironov V.L., Nosov V.V. On the theory of spatially limited light beam displacements in a randomly inhomogeneous medium // J. Opt. Soc. Amer. 1977. V. 67. N 8. P. 1073–1080.
16. Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 277 с.
17. Миронов В.Л. Распространение лазерного пучка в турбулентной атмосфере. Новосибирск: Наука, 1981. 278 с.
18. Зуев В.Е., Банах В.А., Покасов В.В. Оптика турбулентной атмосферы. Л.: Гидрометеоздат, 1988. 272 с.
19. Миронов В.Л., Носов В.В., Чен Б.Н. Дрожание оптических изображений лазерных источников в турбулентной атмосфере // Изв. вузов. Радиофиз. 1980. Т. 23. № 4. С. 461–469; Частотные спектры дрожания оптических изображений лазерных источников в турбулентной атмосфере // II Совещание по атмосферной оптике: Тезисы докл. Ч. 2. Томск, 1980. С. 101–103.
20. Nosov V.V. Erenfest's theorem in media with discontinuous characteristics // XIV Int. Symp. «Atmospheric and ocean optics. Atmospheric Physics». Tomsk: IAO SB RAS, 2007. P. 103.
21. Шестопалов В.П. и др. Резонансное рассеяние волн. Дифракционные решетки. Т. 1. Киев: Наук. думка, 1986. 232 с.

V.V. Nosov, V.M. Grigor'ev, P.G. Kovadlo, V.P. Lukin, E.V. Nosov, A.V. Torgaev. **Astroclimate of specialized rooms of the Large solar vacuum telescope. P. 2.**

Measurement results of local astroclimate parameters in specialized rooms of the Large solar vacuum telescope (Baikal Astrophysical Observatory ISTEP SB RAS) are presented. It is shown that temperature gradients in the telescope rooms cause the Benard cells and turbulence in the pavilion of astronomical spectrograph. It is shown that measurement data confirm main stochastic scenarios (Landau–Hopf, Ruelle–Takens, Feigenbaum, Pomeau–Menneville scenarios). The bifurcation Feigenbaum diagram is confirmed experimentally. The main vortex in the Benar cell is decomposed into smaller ones as a result of ten bifurcations of the period doubling. The originating turbulence is stated to be almost determinate. The fractal character of the turbulence spectrum is found. The actual atmospheric turbulence is shown to be a mixture of determined vortices of different scales, observed in the generating turbulence. It has been found that the originating turbulence introduced large errors of spectral measurements. The horizontal random displacement of spectral lines, appearing due to the pavilion effects, can reach 1 second of arc. Because of low frequencies of line displacement the originating turbulence by its optical properties approximated the regular refraction.