

В.П. Якубов, М.А. Ерофеева

**ОБЛАСТЬ СУЩЕСТВОВАНИЯ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ
НАКЛОННОГО РАДИОПРОСВЕЧИВАНИЯ ТРОПОСФЕРЫ**

На основе анализа угловой зависимости смещения частоты радио- и оптических волн при рефракции в сферически слоистой тропосфере выделена область просвечивания вблизи горизонта, когда возможно решение обратной задачи восстановления высотного профиля показателя преломления. Приводится пример обработки экспериментальных данных с высоким уровнем шума.

Развитие большинства рефракционных методов исследования атмосферы Земли основано на решении обратных задач по результатам измерений угла рефракции и атмосферного доплеровского сдвига частоты радио- и оптических волн. Наибольший практический интерес представляет задача восстановления высотного профиля показателя преломления по результатам наблюдения аэрокосмических источников. В отличие от методов радиопросвечивания атмосферы при помощи двух спутников [1], аналитическое решение обратной задачи сквозного оптического и радиопросвечивания по схеме «спутник – Земля» является крайне неустойчивым [2–4]. В данной работе проводится теоретический анализ зависимости устойчивости решения обратной задачи от угла просвечивания атмосферы и предлагается простая, не связанная с прямым решением некорректной обратной задачи методика восстановления профиля приведенного показателя преломления тропосферы.

1. При движении источника излучения по орбите возникает доплеровское смещение частоты спутникового сигнала [5]

$$\Delta F(E) = fa \cos E \frac{dE}{dt} \cdot \nu(E)/c, \quad (1)$$

где f – частота сигнала, E – угол места источника, a – радиус Земли, c – скорость света. Связь с высотным профилем показателя преломления тропосферы задается так называемым интегралом рефракции $\nu(E)$, который входит в выражение для доплеровского сдвига и, согласно работе [5], имеет вид:

$$\nu(E) = s \int_0^{\infty} \frac{N(u) u du}{[u^2 + s^2]^{3/2}}. \quad (2)$$

Здесь $s = n_0 a \sin E$, $u^2 = r^2 n^2(r) - a^2 n_0^2$, $r = a + h$, $n = 1 + N$ – показатель преломления атмосферы, а n_0 – его приземное значение. Пользуясь приближением первого порядка, т. е. учитывая в (2) только члены, линейные по N , легко записать интеграл рефракции в виде

$$\nu(E) = a \sin E \int_a^{\infty} \frac{N(h) r dr}{[r^2 - a^2 \cos^2 E]^{3/2}}, \quad (3)$$

где h – высота над поверхностью Земли.

Зададим профиль приведенного показателя преломления в виде полиэкспоненциальной модели

$$N(h) = \sum_i N_i(h) = \sum_i N_{0i} \exp(-h/H_i). \quad (4)$$

В качестве параметров такой модели выступают N_{0i} и H_i , которые в одномерном случае имеют смысл приземного показателя преломления и эффективной высоты тропосферы соответственно. Для дальнейшего решения задачи запишем профиль в несколько модифицированном виде

$$N_i(h) \approx N_{0i} \cdot \exp(-h/H_i) \exp(-h^2/2 a H_i). \quad (5)$$

Поскольку значение текущей высоты $h \ll a$, величина экспоненциальной добавки мала и (5) отличается от точного профиля (4) лишь в незначительной степени. Преимущество такого выбора функции $N_i(h)$ заключается в возможности провести интегрирование (3) и получить замкнутое выражение для функции $\nu(E)$

$$\nu(E) = \sum_i N_{0i} \mu(a \sin^2 E / 2H_i),$$

$$\mu(y) = y^{1/2} \exp(y) \Gamma\left(-\frac{1}{2}, y\right)/2, \quad (6)$$

где функция $\mu(y)$ определяется через гамма-функцию.

Таким образом, задача восстановления профиля сводится к аппроксимации экспериментальных данных при помощи соотношений (1), (6). Параметры этой зависимости и будут определять профиль. Поиск параметров N_{0i} и H_i можно провести при помощи метода наименьших квадратов с одновременной линеаризацией системы уравнений.

2. Прямая обработка опубликованных в литературе экспериментальных данных показала, что задача является крайне неустойчивой и восстановить предполагаемые два параметра для простой экспоненциальной модели не удастся. В связи с этим представляется необходимым провести исследование устойчивости задачи.

Исходя из асимптотики гамма-функции при больших и малых значениях аргумента и учитывая тот факт, что $H_i \ll a$ поведение функции $\nu(E)$ при скользких и вертикальных углах визирования источника будет иметь следующий характер:

$$\nu(E) \approx \sum_i N_{0i}, \text{ при } E \rightarrow 0,$$

$$a \sin^2 E \nu(E) \approx \sum_i N_{0i} H_i, \text{ при } E \rightarrow \frac{\pi}{2}.$$

На основе этого можно утверждать, что при углах визирования, близких к вертикальным ($E \rightarrow \frac{\pi}{2}$), определяющую роль играет интегральный приведенный показатель преломления

$$N_\Sigma = \int_0^\infty N(h) dh = \sum_i N_{0i} H_i,$$

а при скользких углах ($E \rightarrow 0$) существенным является приземное значение показателя преломления

$$N_0 = N(h=0) = \sum_i N_{0i}.$$

Именно эти два параметра N_0 и N_Σ определяют доплеровское смещение частоты в соответствующих угловых областях. Говорить в данной ситуации о восстановлении большого числа параметров не приходится. Попытка восстановления избыточно параметризованного профиля приведет к резкому росту числа обусловленности соответствующей системы уравнений метода наименьших квадратов и потере устойчивости решения обратной задачи. Другими словами, области вертикальных и скользких углов просвечивания атмосферы являются неприемлемыми для восстановления высотной структуры показателя преломления. Наибольшая устойчивость решения достигается при промежуточных значениях угла E . Сделанный вывод в своей части, относящейся к диапазону вертикальных углов визирования, хорошо согласуется с известными данными [3, 4] и представляет собой новый и неожиданный результат в области скользких углов.

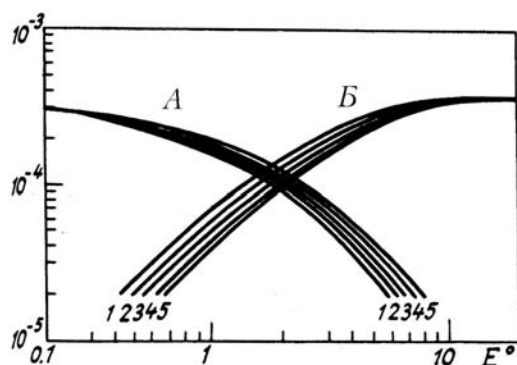


Рис. 1. Угловые зависимости функций $\nu(E)$ (семейство А) и $\nu(E)\sin^2 E$ (семейство Б) для высот $H = 6 \div 10$ км (кривые 1–5)

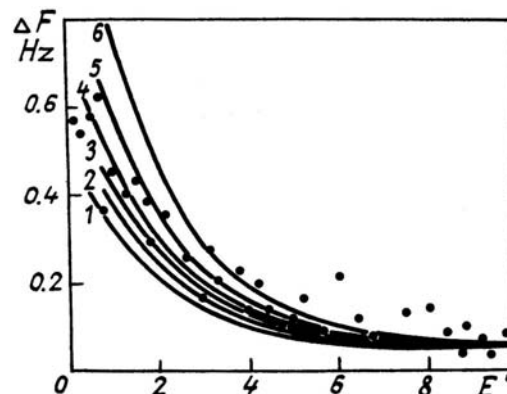


Рис. 2. Однопараметрическая аппроксимация наблюдаемого доплеровского смещения частоты в тропосфере при $H = 5 \div 10$ км (кривые 1–6)

Для оценки диапазона устойчивости рассмотрим простой экспоненциальный профиль. На рис. 1 изображен характер угловой зависимости величин $v(E)$ (семейство кривых *A*) и $v(E)\sin^2 E$ (семейство *B*) для различных значений эффективной высоты тропосферы. Кривые 1–5 относятся соответственно к значениям $H = 6, 7, 8, 9, 10$ км. Очевидно, что зависимость и $v(E)$ и $v(E)\sin^2 E$ от параметра H проявляется лишь в диапазоне углов $E \in [1, 10^\circ]$. Эта область представляет собой как бы переход от одного определяющего параметра – интегрального показателя преломления к другому – приземному значению $N(h)$ и требует двухпараметрического описания. В качестве параметров профиля могут быть выбраны пары любых комбинаций величин N_0 , N_Σ и H . В возможном сочетании (N_0 , N_0/H) второй параметр N_0/H имеет смысл градиента приземного показателя преломления. Указанный диапазон определяет область устойчивости обратной задачи радиопросвечивания тропосферы, когда можно надеяться на восстановление тонкой структуры высотного профиля показателя преломления.

Необходимо заметить, что в основе задачи лежит предположение о сферической симметричности атмосферы. При строгом выполнении этого условия, как было показано выше, в области малых углов единственным подлежащим определению параметром был бы приземный показатель преломления тропосферы N_0 . Однако в реальной ситуации возможны некоторые отклонения от этой закономерности, обусловленные возможным действием горизонтальных градиентов показателя преломления.

3. Рассмотрим пример решения обратной задачи восстановления профиля по экспериментальным данным [6] с использованием экспоненциальной аппроксимации $N(h)$. Экспериментальные данные представляют собой значения тропосферного доплеровского сдвига частоты, полученные при просвечивании атмосферы на частоте $f = 108$ МГц. Угол E изменялся в пределах сеанса просвечивания от 1 до 14° . Из сопоставления с рис. 1 видно, что эти значения лежат в угловом диапазоне, позволяющем восстанавливать оба параметра профиля. Тем не менее восстановить независимым образом эти два параметра все же не удастся из-за чрезвычайно высокой зашумленности данных. Поэтому при решении задачи было применено условие нормировки, позволяющее с помощью характерных значений профиля задать связь между его параметрами, тем самым сократив их число до одного. Использовались следующие нормировочные значения: на высоте $h = 10$ км $N(h) = 93 \cdot 10^{-6}$.

Графическая интерпретация решения приводится на рис. 2. Кружками изображен массив экспериментальных данных, сплошными линиями показан ход аппроксимирующих кривых, соответствующих различным заданным значениям параметра H в диапазоне от 5 до 10 км. Параметры аппроксимирующей кривой, соответствующей экспериментальным данным, найденные по вышеописанной методике, имеют следующие значения: эффективная высота тропосферы $H = 8,6$ км, интегральный показатель преломления $N_\Sigma = 2,5$ м, приземный показатель преломления $N_0 = 298,7 \cdot 10^{-6}$. Полученные значения хорошо согласуются с результатами выполненных в различное время метеоизмерений [7].

Для однопараметрической линейной задачи точность решения совпадает с точностью исходных радиорефракционных данных, т.е. определяется их разбросом вблизи среднего значения. В нашем случае эта величина составляет примерно 10%. Очевидно, что наличие более точных данных позволило бы повысить точность и реализовать решение для случая полиэкспоненциальной структуры.

Проведенный анализ устойчивости решения обратной задачи просвечивания атмосферы в случае, когда один из корреспондентов находится на поверхности Земли, показал, что восстановление высотной структуры приведенного показателя преломления тропосферы возможно лишь при использовании данных визирования в ограниченном секторе углов от 1 до 10° . Пример, приведенный в работе, иллюстрирует возможность восстановления высотного профиля по экспериментальным данным с крайне высоким уровнем зашумленности.

1. Яковлев О. И. Распространение радиоволн в космосе. М.: Наука, 1985. 216 с.
2. Павельев А. Г. // Радиотехника и электроника. 1984. Т. 29. № 9. С. 1658.
3. Якубов В. П., Симакова Н. А. // Радиотехника и электроника. 1989. Т. 34. № 7. С. 1329.
4. Арманд Н. А., Андрианов В. А., Капилович А. И. и др. // Радиотехника и электроника. 1986. Т. 31. № 12. С. 2305.
5. Якубов В. П., Симакова Н. А. // Радиотехника и электроника. 1987. Т. 32. № 7. С. 1367.
6. Hopfield H. S. // J. Geophys. Res. 1963. V. 68. № 18. P. 5157.
7. Бин Б. Р., Даттон М. Дж. Радиометеорология. Л.: Гидрометеиздат, 1971. 362 с.

Сибирский физико-технический институт им. В.Д. Кузнецова,
Томск

Поступила в редакцию
19 сентября 1990 г.

V. P. Yakubov, M. A. Erofeeva. Existence Domain of Inverse Problem Solution for Slant Radio Sounding of the Troposphere.

Based on the analysis of angular behavior of the radio and optical waves frequency shifts at refraction in a spherically stratified troposphere it was shown that there can be isolated a region near the horizon the sounding within which can provide solution of the inverse problem on restoration of the refractive index profile. An example of noisy experimental data processing is presented.