

А.Н. Валентюк, Г.А. Титов

СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ЛУЧИСТЫХ ПОТОКОВ ПРИ КУЧЕВОЙ ОБЛАЧНОСТИ

Путем сравнения с расчетами по алгоритмам метода Монте-Карло получены оценки точности приближенного метода вычисления среднего, дисперсии и корреляционной функции потока солнечной радиации при кучевой облачности. Приближенный метод основан на решении стохастического уравнения переноса в малоугловом приближении и последующем усреднении решения по ансамблю реализаций облачного поля.

В последние годы значительное внимание уделяется проблеме взаимодействия радиации с мезомасштабной кучевой облачностью. Наиболее развитый теоретический подход к проблеме основывается на аппроксимации оптических моделей кучевой облачности случайными индикаторными полями, построенными на пуассоновских потоках точек. Путем усреднения стохастического уравнения переноса по ансамблю реализаций пуассоновского облачного поля получены замкнутые системы уравнений для первого и второго моментов интенсивности и разработаны алгоритмы статистического моделирования для расчета линейных функционалов от моментов интенсивности [1, 2]. Использование метода Монте-Карло позволяет исследовать статистические характеристики излучения при близких к реальным значениям параметров облачного поля и корректно учесть эффекты многократного рассеяния. Это обстоятельство дает основание считать расчеты, выполняемые по алгоритмам метода Монте-Карло, эталонными и использовать их для оценок точности и границ применимости приближенных методов статистического описания переноса излучения в кучевой облачности.

Целью данной статьи является оценка точности одного из таких приближенных методов, основанного на решении стохастического уравнения переноса в малоугловом приближении и усреднении полученного решения по ансамблю реализаций облачного поля [3, 4].

Пусть облачность занимает слой $0 \leq z \leq H$. Коэффициент ослабления $\sigma(\mathbf{r})$ и рассеяния $\sigma_s(\mathbf{r})$ и индикатриса рассеяния $g(\mathbf{r}; \mu)$ на угол μ являются случайными скалярными полями: $\sigma(\mathbf{r}) = \sigma \chi(\mathbf{r})$, $\sigma_s(\mathbf{r}) = \sigma_s \chi(\mathbf{r})$ и $g(\mathbf{r}; \mu) = g(\mu) \chi(\mathbf{r})$, где $\chi(\mathbf{r})$ — случайная индикаторная функция, равная единице, если точка \mathbf{r} принадлежит облаку (и нулю в противном случае). Поле $\chi(\mathbf{r})$ моделируется на основе пуассоновских ансамблей точек на прямых [1], статистически однородно и неизотропно, имеет среднее значение $\langle \chi(\mathbf{r}) \rangle = N$ и экспоненциальную корреляционную функцию $K_x(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \exp\{-A(\omega)|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|\}$, где N — балл облачности, $A(\omega) = (|a| + |b|)A$, $\omega = (a, b, c) = (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) / |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$, $A = [1,65(N - 0,5)^2 + 1,04]/D$, D — характерный горизонтальный размер облаков. Здесь и далее угловые скобки означают среднее по ансамблю реализаций облачного поля.

Предположим, что на верхнюю границу облачного слоя в направлении $\omega_0 = (a_0, b_0, c_0)$ падает единичный поток видимой солнечной радиации $c_0 = -\arccos \xi_0$, ξ_0 — зенитный угол Солнца. Из стохастического уравнения переноса следует, что случайный поток $S(\mathbf{r})$ нерассеянного света равен

$$S(\mathbf{r}) = \exp[-\tau(\mathbf{r}; \sigma)], \quad (1)$$

где $\tau(\mathbf{r}; \sigma) = \frac{\sigma}{|c_0|} \int_z^H \chi(\mathbf{r}') d\xi$, $\mathbf{r}' = \mathbf{r} + \frac{(\xi - z)}{|c_0|} \omega_0$. В малоугловом приближении для потока $Q(\mathbf{r})$ суммарной пропущенной радиации получена формула [3]

$$Q(\mathbf{r}) = \exp[-\tau(\mathbf{r}; \sigma_*)], \quad (2)$$

где $\tau(\mathbf{r}; \sigma_*) = \frac{\sigma_*}{|c_0|} \int_z^H \chi(\mathbf{r}') d\xi$, $\sigma_* = \sigma_a + G_0 \sigma_s$ — эффективный коэффициент ослабления; σ_a — истинный коэффициент поглощения, $G_0 = \int_{-1}^0 g(\mu) d\mu$. Согласно (1), (2) поток $Q_s(\mathbf{r})$ диффузной пропущенной радиации определяется выражением

$$Q_s(\mathbf{r}) = \exp[-\tau(\mathbf{r}; \sigma_*)] - \exp[-\tau(\mathbf{r}; \sigma)]. \quad (3)$$

Из (1)–(3) для среднего и дисперсии потоков получаем

$$\begin{aligned} \langle S(\mathbf{r}) \rangle &= \langle \exp[-\tau(\mathbf{r}; \sigma)] \rangle, \\ D_s(\mathbf{r}) &= \langle \exp[-2\tau(\mathbf{r}; \sigma)] \rangle - \langle S(\mathbf{r}) \rangle^2; \\ \langle Q(\mathbf{r}) \rangle &= \langle \exp[-\tau(\mathbf{r}; \sigma_*)] \rangle, \\ D_Q(\mathbf{r}) &= \langle \exp[-2\tau(\mathbf{r}; \sigma_*)] \rangle - \langle Q(\mathbf{r}) \rangle^2; \\ \langle Q_s(\mathbf{r}) \rangle &= \langle \exp[-\tau(\mathbf{r}; \sigma_*)] \rangle - \langle \exp[-\tau(\mathbf{r}; \sigma)] \rangle, \\ D_{Q_s}(\mathbf{r}) &= D_Q(\mathbf{r}) + D_s(\mathbf{r}) - 2\{\langle \exp[-\tau(\mathbf{r}; \sigma_*) - \tau(\mathbf{r}; \sigma)] \rangle - \\ &\quad - \langle \exp[-\tau(\mathbf{r}; \sigma_*)] \rangle \langle \exp[-\tau(\mathbf{r}; \sigma)] \rangle\}. \end{aligned}$$

Поскольку облачное поле статистически однородно и однородны граничные условия, то моменты потоков зависят лишь от z . Вычисление среднего и дисперсии потоков связано с определением функции $\langle j(z) \rangle = \langle \exp[-\tau(\mathbf{r}, \Sigma)] \rangle$, где Σ принимает значения σ , 2σ , σ_* , $2\sigma_*$ и $\sigma + \sigma_*$ в зависимости от рассчитываемой характеристики. В рамках рассматриваемой математической модели поля кучевых облаков эта функция вычисляется по формуле [1]

$$\begin{aligned} \langle j(z) \rangle &= \sum_{i=1}^2 C_i \exp\left[-\lambda_i \frac{(H-z)}{|c_{\odot}|}\right], \\ \lambda_{1,2} &= \frac{\Sigma + A(\omega)}{2} \mp \frac{\sqrt{[\Sigma + A(\omega)]^2 - 4A(\omega)N\Sigma}}{2}, \\ C_1 &= \frac{\lambda_2 - \Sigma N}{\lambda_2 - \lambda_1}, \quad C_2 = 1 - C_1. \end{aligned} \quad (5)$$

Нетрудно показать, что пространственные корреляционные функции потоков выражаются через $\langle j(\mathbf{r}_1; \Sigma)j(\mathbf{r}_2; \Sigma) \rangle$. В случае, когда \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 лежат в одной плоскости, из стохастического уравнения переноса получена и решена замкнутая система уравнений для корреляции $\langle j(\mathbf{r}_1; \Sigma)j(\mathbf{r}_2; \Sigma) \rangle$ [5]. Отметим, что статистические характеристики потоков инвариантны относительно двух параметров: оптической толщины $\tau = \Sigma H$ и отношения $\gamma = H/D$.

Сравним математические ожидания, дисперсии и корреляционные функции потоков, рассчитанные по методу 1, основанному на решении уравнений для моментов интенсивности методом Монте-Карло [1, 2], и методу 2, базирующемуся на усреднении (по ансамблю реализаций облачного поля) решения стохастического уравнения переноса в малоугловом приближении [3, 4]. Статистические характеристики нерассеянной радиации совпадают, поэтому достаточно выполнить сравнение лишь для моментов потоков рассеянной пропущенной радиации. Расчеты выполнены для индикатрисы рассеяния облака C_1 [6] и длины волны 0,69 мкм; значения остальных параметров задачи указаны в подписях к рисункам. В видимой области спектра можно пренебречь поглощением водяными каплями, поэтому среднее альbedo $\langle R \rangle = 1 - \langle Q \rangle$ и в дальнейшем не рассматривается.

При физическом обосновании метода 2 считается, что для его применения достаточно выполнения условия: ширина функции Грина стохастического уравнения переноса L много меньше горизонтального размера облаков D . Следовательно, с возрастанием γ (H – фиксировано, D – уменьшается) абсолютное отклонение $\Delta = \left| \langle Q_s^{(1)} \rangle - \langle Q_s^{(2)} \rangle \right|$ должно увеличиваться, что подтверждается расчетами, представленными на рис. 1. Здесь верхний индекс $i = 1, 2$ обозначает средний поток, вычисленный по соответствующему методу. Видно, что относительная ошибка $\delta = \Delta \times 100\% / \langle Q_s^{(1)} \rangle$ существенно зависит от оптико-геометрических параметров поля кучевых облаков и условий освещения и может достигать 50–70% (кривые 2 и $\gamma = 0$). При малых оптических толщинах метод 2 завышает, а при больших τ , наоборот, занижает средний поток диффузной радиации.

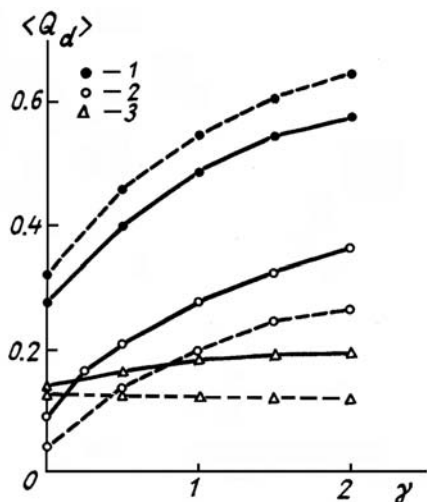


Рис. 1. Зависимость среднего потока рассеянной пропущенной радиации от γ при $H = 0,5$ км и $N = 0,5$: $\xi_0 = 60^\circ$, $1-\tau = 5$; $2-\tau = 30$; $3-\tau = 30$ и $\xi_0 = 0^\circ$. Здесь и на рис. 2, 3, 4 сплошные кривые — метод 1, штриховые — метод 2

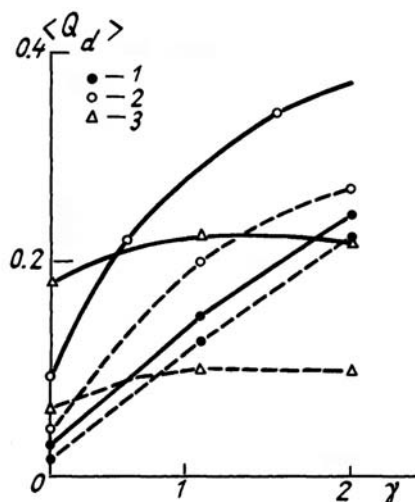


Рис. 2. Зависимость среднего потока рассеянной радиации от γ при $H = 0,5$ км, $\xi_0 = 60^\circ$, $\tau = 30$ и значениях $N = 0,1$ (1), $0,5$ (2) и $0,9$ (3)

На формирование радиационного режима и полей яркости кучевой облачности оказывают влияние случайные по своей природе эффекты, связанные с наличием в облачном поле большого числа облаков конечных горизонтальных размеров: возможность входа и выхода излучения через негоризонтальные поверхности, экранирование падающей солнечной радиации окружающими облаками, взаимное затенение и многократное рассеяние света между облаками (радиационное взаимодействие облаков). Влиянием указанных эффектов объясняется изменчивость $\langle Q_s \rangle$ при вариациях γ и неизменных других параметрах задачи. Если Солнце вблизи зенита, то метод 2 не позволяет учесть эту изменчивость (рис. 1, кривая 3).

Анализ результатов показывает, что метод 2 имеет достаточно высокую точность при малых баллах облачности: в интервале $0 \leq \gamma \leq 2$ значение Δ не превышает $0,02-0,03$ (рис. 2). При средних и особенно больших значениях балла облачности, когда существенную роль в формировании лучистых потоков играют экранирование, взаимное затенение и радиационное взаимодействие облаков, $\langle Q_s^{(2)} \rangle$ может значительно отличаться от $\langle Q_s^{(1)} \rangle$: значение Δ достигает $0,10-0,15$. Это обстоятельство позволяет сделать вывод о том, что дополнительным и наиболее важным условием применимости метода 2 является возможность пренебречь взаимодействием радиационных полей отдельных облаков. Таким взаимодействием можно пренебречь и при малых баллах облачности, а также в случае оптически тонких облаков, например, перистых.

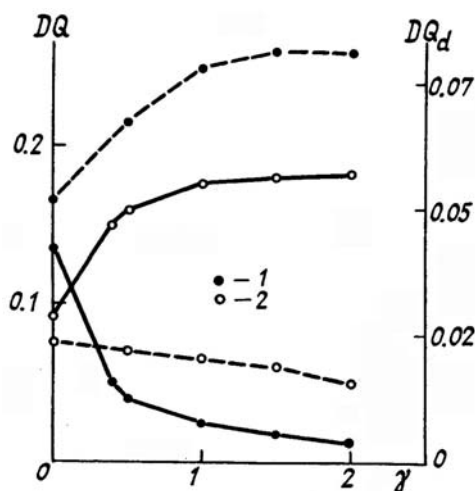


Рис. 3. Дисперсии потоков пропущенной радиации при $H = 0,5$ км, $\xi_0 = 30^\circ$, $\tau = 15$ и $N = 0,5$: 1 — рассеянная, 2 — суммарная радиация

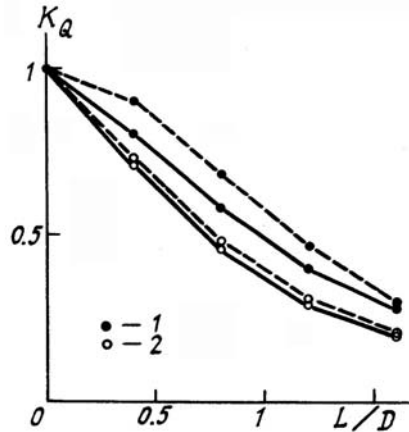


Рис. 4. Корреляционные функции потоков суммарной пропущенной радиации при $H = 0,5$ км, $\xi_0 = 30^\circ$, $\tau = 15$, $N = 0,5$ и значениях $\gamma = 2$ (1) и $0,5$ (2)

Для расчета средних лучистых потоков как в кучевой ($\gamma \sim 1$), так и в слоистой ($\gamma \ll 1$) облачности, частично покрывающей небосвод, широко используются формулы

$$\langle S \rangle = 1 - N, \quad \langle Q_s \rangle = N Q_{s,0}, \quad \langle R \rangle = N R_0, \quad (6)$$

где $Q_{s,0}$ и R_0 — диффузное пропускание и альbedo сплошного однородного облачного слоя. Показано [7], что в предельном случае $\gamma \rightarrow 0$ формулы (6) можно получить из уравнений для средней интенсивности и они хорошо описывают средние лучистые потоки в слоистой облачности. Результаты, представленные на рис. 1, 2, свидетельствуют о том, что при малых и средних значениях балла облачности использование асимптотических формул (6) для оценки средних потоков при кучевой облачности приводит к большим ошибкам, чем применение метода 2.

Рис. 3 иллюстрирует зависимость дисперсий потоков суммарной D_Q и рассеянной D_{Q_s} пропущенной радиации от γ . Видно, что с уменьшением γ (D — возрастает) точность приближенного метода 2 увеличивается. В интервале значений $0,5 \leq \gamma \leq 2$, характерных для кучевых облаков, $D_{Q_s^{(2)}}$ приблизительно на порядок превышает $D_{Q_s^{(1)}}$, а $D_{Q^{(2)}}$ в 2–3 раза меньше, чем $D_{Q^{(1)}}$. Следует отметить, что $D_{Q^{(2)}}$ и $D_{Q_s^{(2)}}$ почти совпадают, что противоречит имеющимся экспериментальным данным [8]: дисперсия потока суммарной радиации приблизительно на 2 порядка превышает дисперсию потока рассеянного пропущенного излучения.

Рис. 4 иллюстрирует зависимость корреляционной функции $K_Q(L)$ потока суммарной радиации от γ , где $L = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$, $\mathbf{r}_i = (x_i, 0, 0)$, $i = 1, 2$. Известно [8], что $K_Q(L)$ в значительной степени определяется корреляцией потока нерассеянного света, которая в обоих методах рассчитывается по одним и тем же аналитическим формулам. Этим объясняется удовлетворительное согласие (особенно при малых γ) между $K_Q^{(1)}(L)$ и $K_Q^{(2)}(L)$.

Выполненный анализ показывает, что при расчетах средних потоков коротковолновой радиации простые аналитические соотношения, полученные в [3, 4], обеспечивают хорошую точность, исключая область больших баллов облачности и малых зенитных углов Солнца для оптически толстых облаков. На основе этих соотношений можно также вычислять с достаточно высокой точностью корреляционные функции, но они дают большие ошибки при расчете дисперсий потоков пропущенного излучения для оптически толстых облаков с параметром $\gamma \gtrsim 1$.

1. Титов Г. А. // Оптика атмосферы. 1988. Т. 1. № 4. С. 3–18.
2. Журавлева Т. Б., Титов Г. А. // Оптика атмосферы. 1988. Т. 1. № 10. С. 79–87.
3. Валентюк А. Н. // ДАН БССР. 1987. Т. 31. № 12. С. 1085–1088.
4. Валентюк А. Н. // Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. № 1. С. 103–105.
5. Журавлева Т. Б., Титов Г. А. Оптико-метеорологические исследования земной атмосферы. Новосибирск: Наука, 1987. С. 108–109.
6. Дейрменджан Д. Рассеяние электромагнитного излучения сферическими полидисперсными частицами. М.: Мир, 1971. 298 с.
7. Скориков В. Н., Титов Г. А. // Изв. АН СССР. ФАО. 1984. Т. 20. № 3. С. 263–270.
8. Стохастическая структура полей облачности и радиации / Под ред. Ю.Р. Мулламаа. Тарту, 1972. 281 с.

A. N. Valentyuk, G. A. Titov. A Comparison of Techniques for Calculating the Radiation Fluxes in the Atmosphere with Cumulus Clouds.

An estimate of the accuracy of the approximate method of calculating the mean value, variance and correlation function of the solar radiation flux in the atmosphere with cumulus clouds is obtained from a comparison with calculations made using Monte-Carlo algorithms. The approximate method is based on solving the stochastic radiation transfer equation written as the small angle approximation with the following averaging over the ensemble of cloud field samples.