

В.А. Федоров

## Измерение содаром «Волна-3» параметров радиальных компонент вектора скорости ветра

*Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск*

Поступила в редакцию 23.08.2002 г.

Описываются алгоритмы определения содаром «Волна-3» первых четырех моментов и связанных с ними стандартных отклонений, коэффициентов асимметрии и эксцесса радиальных компонент вектора скорости ветра. Для объективной характеристики степени достоверности получаемой информации, кроме точечных, вычисляются и интервальные оценки указанных параметров.

В течение последних тридцати лет наблюдается интенсивное использование акустических локаторов (содаров) для определения различных характеристик поля скорости ветра в пограничном слое атмосферы. Несмотря на такую довольно продолжительную историю проведения указанных измерений, значимость предоставляемой информации зачастую снижается из-за отсутствия объективных характеристик степени ее достоверности. Отметим несколько довольно типичных примеров.

Так, в работе [1] приведены «содарные» высотные профили вертикальной компоненты интенсивности турбулентности  $I_w$  для разных классов термодинамической устойчивости атмосферы. Однако представленные профили не сопровождаются соответствующими оценками погрешностей измерений: ни интервальными, ни точечными. А без этих данных практически невозможно сделать правильный вывод о действительной значимости различий высотных зависимостей  $I_w$ , получаемых содарами при изменяющихся стратификациях атмосферы. Аналогичное замечание справедливо и для другой интересной работы [2], где, в частности, приведены «содарные» профили коэффициентов асимметрии вертикальной скорости ветра в конвективных и инверсионных условиях. Этот список примеров можно продолжить.

Таким образом, можно сделать вывод о существующем пренебрежении в акустическом зондировании к вопросам метрологического сопровождения проводимых измерений, что, на наш взгляд, является недопустимым. Для объективной характеристики качества получаемых содарных данных каждый измерительный алгоритм должен включать в себя и алгоритм оценивания погрешностей (хотя бы и в грубом, приближенном виде, например оценку сверху). Видимо, одна из возможных причин отсутствия указанных точностных характеристик заключается часто и в определенной трудности их получения, особенно если связь искомого атмосферных параметров с непосредственно измеряемыми содаром величинами является нелинейной.

В системе обработки акустического локатора «Волна-3» [3] сделана попытка устранения вышеука-

занных недостатков. Предварительно отметим следующее. Большинство содаров в каждом  $i$ -м цикле зондирования непосредственно измеряют «мгновенные» высотные профили радиальных компонент вектора скорости ветра  $\mathbf{V}(i)$ , т. е. его проекции  $V_r(i)$  на соответствующие оси диаграмм направленности антенных систем. Далее, с учетом используемой геометрии зондирования можно определить требуемые характеристики различных составляющих вектора  $\mathbf{V}$ : ортогональных компонент (декартовых  $V_x, V_y$ , продольных  $u$ , поперечных  $v$ ), модуля  $V_h$  и направления  $\phi_h$ . Измерение вертикальной компоненты  $w(i)$  обычно обеспечивается простой ориентацией в зенит одной из антенн содара.

В данной статье опишем процесс получения наиболее важных статистических характеристик радиальных компонент скорости ветра  $V_r(i)$ : средних  $M(V_r)$ , стандартных отклонений  $\sigma(V_r)$ , коэффициентов асимметрии  $\gamma(V_r)$  и эксцесса  $\varepsilon(V_r)$ . Для объективной характеристики степени достоверности получаемой информации следует вычислить как стандартные ошибки, так и соответствующие доверительные интервалы для оцениваемых параметров. Необходимость такого рассмотрения обусловлена тем, что качество измерения указанных характеристик во многом определяет качество оценивания более сложных атмосферных параметров, связанных с  $u, v, V_h$  и  $\phi_h$ . (Этот анализ предполагается провести в дальнейших публикациях). С другой стороны, информация о вертикальной скорости ветра  $w$  представляет самостоятельный интерес.

Решение поставленной задачи осуществляется с помощью методов классической математической статистики [4, 5]. Для этого предполагаем, что измеренные содаром на каждой фиксированной высоте величины  $V_r(i)$  представляют собой множество независимых выборочных значений, соответствующих некоторому непрерывному распределению  $W_r(V_r)$ .

Качество измерений вышеуказанных параметров радиальных компонент  $V_r$  сильно зависит от точности оценивания центров распределений  $W_r(V_r)$ . Причем опыт работы на содаре «Волна-3» и данные статьи [2] свидетельствуют о том, что распределение радиальных компонент скорости ветра в пограничном слое атмо-

сферы далеко не всегда является гауссовым (нормальным). Следовательно, применение классических оптимальных методов оценивания, основанных на гауссовости  $W_r(V_r)$ , представляется необоснованным. Так, оценка центра распределения в виде выборочного (арифметического) среднего является наилучшей только при гауссовом распределении обрабатываемой выборки. При отклонении от него свойства этой оценки резко ухудшаются, и она теряет эффективность.

Аналогичное справедливо для большинства параметрических оценок и при наличии выбросов, т.е. аномальных значений, которые нарушают статистическую однородность обрабатываемой выборки. Их наличие может быть обусловлено появлением мощной кратковременной акустической помехи или недостаточно высоким заданием оператором содара порогового отношения сигнал-шум при спектральной обработке [3]. Достаточно всего нескольких аномальных значений, чтобы серьезно исказить результаты измерений. Причем влияние этого фактора усиливается с ростом порядка оцениваемого момента. Поэтому до основных статистических вычислений необходимо провести цензурирование исходных данных с учетом того, что закон распределения выборки  $V_r(i)$  может быть различным и изменяться в достаточно широких пределах.

В системе обработки содара «Волна-3» решение этой задачи осуществляется итерационным способом, на базе результатов [5]. Вначале из вариационного ряда  $V'_r(i)$ , полученного из исходного  $V_r(i)$ ,  $i = 0, 1, \dots, L - 1$ , отбрасывается  $p$  процентов крайних значений (обычно  $p = 10\%$ ). Затем в качестве устойчивой оценки центра распределения оставшейся части выборки объема  $L' = L - [pL/100]$  принимается медиана пяти средних  $\hat{M}_5(V_r)$ : по размаху вариационного ряда, обычного выборочного среднего, выборочного среднего с отбрасыванием 50% крайних значений, медианы и квартильного среднего. Далее вычисляются значения (оценки) стандартного отклонения  $\hat{\sigma}(V_r)$ , эксцесса  $\hat{\varepsilon}(V_r)$  (см. ниже), коэффициента  $t_{lim} = 1,55 + 0,8\sqrt{\hat{\varepsilon} - 1} \times \lg(L'/10)$  и, наконец, границы цензурирования  $V_{1,2}^{lim} = \hat{M}_5(V_r) \pm t_{lim} \hat{\sigma}(V_r)$ . Если ранее исключенные  $V'_r(i)$  попадают внутрь границ интервала цензурирования, то они возвращаются в исходную выборку. Возможен вариант и дополнительной отбраковки данных. Далее для нового полученного ряда  $V''_r(i)$ ,  $i = 0, 1, \dots, L_1 - 1$  еще раз вычисляем  $\hat{M}_5$ ,  $\hat{\sigma}$ ,  $\hat{\varepsilon}$ ,  $V_{1,2}^{lim}$  и сравниваем  $V_{1,2}^{lim}$  с  $V''_r(i)$ . Процесс цензурирования заканчивается, если на каком-то шаге итерации число значимых отсчетов выборки  $N$  не меняется. Описанная процедура применима для достаточно широкого класса распределений [5], в том числе для различных двухмодальных и экспоненциальных от  $\varepsilon = 1$  до  $\varepsilon = 6$  (т.е. включая равномерное ( $\varepsilon = 1,8$ ), Гаусса ( $\varepsilon = 3$ ) и Лапласа ( $\varepsilon = 6$ )). Это обеспечивает практическую работоспособность данного алгоритма при отбраковке аномальных значений радиальных компонент вектора скорости ветра.

Система обработки данных содара предусматривает возможность проведения и осторожного (ответ-

ственного) цензурирования данных [5]. Это достигается расширением границ интервала цензурирования путем подстановки в вышеприведенное соотношение для  $V_{1,2}^{lim}$  максимально возможных значений  $\hat{\sigma}$  и  $\hat{\varepsilon}$  при доверительной вероятности  $P = 0,9$ .

На следующем шаге обработки радиальных компонент по полученному статистически однородному ряду  $V_r(i)$ ,  $i = 0, 1, \dots, N - 1$ , осуществляется уточнение их центров распределений  $M(V_r)$ . Это достигается тем, что наиболее эффективная оценка  $\hat{M}(V_r)$  при  $N \geq 20$  выбирается исходя из вычисленного на последнем этапе цензурирования эксцесса  $\hat{\varepsilon}$  [4, 5].

Так, при  $\hat{\varepsilon} \geq 3,8$ , характерном для распределений с «утяжеленными хвостами», в качестве  $\hat{M}(V_r)$  нами применяется медиана, т.е.  $\hat{M}(V_r) = \text{med}(V_r)$ . Ее стандартную ошибку  $\sigma[\text{med}] = \sqrt{D[\text{med}(V_r)]}$  в большинстве практических ситуаций можно аппроксимировать простым выражением [4, 5]:

$$\sigma[\text{med}(V_r)] = \sigma(V_r) / \sqrt{0,12N \varepsilon^{1,6}(V_r)}, \quad (1)$$

где  $\sigma(V_r) = \sqrt{D(V_r)}$  – стандартное отклонение соответствующей радиальной компоненты скорости ветра;  $D(V_r) = \mu_2(V_r) - \mu_1^2(V_r)$  – ее дисперсия;  $\varepsilon = \mu_4(V_r) / \mu_2^2(V_r)$  – эксцесс;  $\mu_k(V_r)$  –  $k$ -й центральный момент;  $N$  – число обрабатываемых значений  $V_r(i)$  за заданное время усреднения.

При  $2,4 \leq \hat{\varepsilon} < 3,8$ , характерном для распределений, близких к нормальному, в качестве  $\hat{M}(V_r)$  используется обычное выборочное среднее со стандартной ошибкой:

$$\sigma[\hat{M}(V_r)] = \sigma(V_r) / \sqrt{N}. \quad (2)$$

При  $1 < \hat{\varepsilon} < 2,4$ , характерном для плосковершинных и круто спадающих распределений, в качестве  $\hat{M}(V_r)$  используется медиана трех средних  $\hat{M}_3(V_r)$ : выборочного, квартильного и по размаху вариационного ряда  $V_r(i)$ . Можно показать, что оценкой сверху для  $\sigma[\hat{M}_3(V_r)]$  является соотношение (2).

При  $N < 20$  в качестве оценки центра распределения  $\hat{M}(V_r)$  принимается медиана пяти вышеуказанных средних  $\hat{M}_5(V_r)$ .

Заметим, что все выражения для стандартных ошибок оценок параметров распределений  $V_r(i)$ , (в частности, (1), (2) для их центров) являются функциями истинных значений моментов  $\mu_k(V_r)$ . На практике эти неизвестные величины всегда приходится заменять их выборочными значениями  $\hat{\mu}_k(V_r)$ , что может приводить к искажению степени объективности измерений, особенно с ростом порядка оцениваемого момента. Один из возможных способов получения приемлемых практических результатов обсуждается ниже.

Перейдем к оценкам высших моментов радиальных компонент скорости ветра. При этом используем их известные несмещенные варианты [4,5]. Несмещенная оценка дисперсии

$$\hat{D}(V_r) = \hat{\mu}_2(V_r) = m_2(V_r) N / (N - 1), \quad (3)$$

где  $m_k(V_r) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} [V_r(i) - \hat{M}(V_r)]^k$  – центральный

выборочный момент  $k$ -го порядка. В качестве несмещенной оценки стандартного отклонения используем

$$\hat{\sigma}(V_r) = \begin{cases} \tilde{\sigma}(V_r) \sqrt{(N-1)/(N-1,5)}, & 2 \leq N < 20, \\ \tilde{\sigma}(V_r), & 20 \leq N, \end{cases}$$

где  $\tilde{\sigma}(V_r) = \sqrt{\hat{D}(V_r)}$ . Так как дисперсия оценки дисперсии равна [4]:

$$D[\hat{D}(V_r)] = \frac{D^2(V_r)}{N} \left[ \varepsilon(V_r) - \frac{N-3}{N-1} \right], \quad (4)$$

то, в первом приближении, выражение для стандартной ошибки оценки стандартного отклонения имеет вид

$$\sigma[\tilde{\sigma}(V_r)] = \frac{\sigma(V_r)}{2\sqrt{N}} \sqrt{\varepsilon(V_r) - \frac{N-3}{N-1}}.$$

Несмещенные оценки третьего и четвертого центральных моментов:

$$\hat{\mu}_3(V_r) = \frac{N^2}{(N-1)(N-2)} m_3(V_r), \quad N \geq 3, \quad (5)$$

$$\hat{\mu}_4(V_r) = \frac{N}{(N-1)(N-2)(N-3)} \times \\ \times [(N^2 - 2N + 3)m_4 - 3(2N-3)m_2^2], \quad N \geq 4. \quad (6)$$

Тогда, с учетом (3), оценки коэффициентов асимметрии  $\gamma(V_r)$  и эксцесса  $\varepsilon(V_r)$  принимают вид

$$\hat{\gamma}(V_r) = \frac{\sqrt{N(N-1)}}{N-2} \tilde{\gamma}(V_r);$$

$$\hat{\varepsilon}(V_r) = \frac{N-1}{N(N-2)(N-3)} [(N^2 - 2N + 3)\tilde{\varepsilon}(V_r) - 3(2N-3)],$$

где

$$\tilde{\gamma}(V_r) = m_3(V_r) / m_2^{3/2}(V_r), \quad \tilde{\varepsilon}(V_r) = m_4(V_r) / m_2^2(V_r)$$

– соответствующие исходные смещенные оценки  $\gamma$  и  $\varepsilon$ . При этом очевидна связь стандартных ошибок:

$$\sigma[\hat{\gamma}(V_r)] = \frac{\sqrt{N(N-1)}}{N-2} \sigma[\tilde{\gamma}(V_r)], \\ \sigma[\hat{\varepsilon}(V_r)] = \frac{(N-1)(N^2 - 2N + 3)}{N(N-2)(N-3)} \sigma[\tilde{\varepsilon}(V_r)].$$

Приведем полученные в [4] выражения для дисперсий  $D[\tilde{\gamma}]$  и  $D[\tilde{\varepsilon}]$ . Для большей наглядности опускаем аргументы у соответствующих оценок и центральных моментов:

$$D[\tilde{\gamma}] = \\ = \frac{4\mu_2^2\mu_6 - 12\mu_2\mu_3\mu_5 - 24\mu_2^3\mu_4 + 9\mu_2^2\mu_4 + 35\mu_2^2\mu_3^2 + 36\mu_2^5}{4\mu_2^5 N}, \quad (7)$$

$$D[\tilde{\varepsilon}] = \\ = \frac{\mu_2^2\mu_8 - 4\mu_2\mu_4\mu_6 - 8\mu_2^2\mu_3\mu_5 + 4\mu_2^3 - \mu_2^2\mu_4^2 + 16\mu_2\mu_3^2\mu_4 + 16\mu_2^3\mu_3^2}{\mu_2^6 N}. \quad (8)$$

Из (7), (8) следует, что стандартные ошибки  $\sigma[\tilde{\gamma}]$  и  $\sigma[\tilde{\varepsilon}]$ , наряду с объемом выборки  $N$ , в основном определяются эксцессом и моментами еще более высокого порядка, до 8 включительно. Однако замена  $\mu_6$  и  $\mu_8$  на выборочные значения  $\hat{\mu}_6$ ,  $\hat{\mu}_8$ , из-за крайней невысокой точности их определения при ограниченном числе наблюдений  $N$ , может привести к большим ошибкам при оценивании  $\sigma[\tilde{\gamma}]$  и  $\sigma[\tilde{\varepsilon}]$ . Приведение вышеуказанных соотношений к гауссову случаю путем замены  $\mu_6$  и  $\mu_8$ , с помощью известных функциональных зависимостей, на достаточно точно измеряемые  $\mu_2$ , также неприемлемо из-за резкого изменения  $\sigma[\tilde{\gamma}]$  и  $\sigma[\tilde{\varepsilon}]$  при отклонении распределения обрабатываемой выборки от нормального. Так, для нормального распределения –  $\sigma[\tilde{\varepsilon}] = 4,9/\sqrt{N}$ , а для распределения Лапласа –  $\sigma[\tilde{\varepsilon}] = 34,47/\sqrt{N}$ . Поэтому, следуя рекомендациям [5], для получения более реалистичных значений рассматриваемых стандартных ошибок была осуществлена аппроксимация  $\sigma[\tilde{\gamma}]$  и  $\sigma[\tilde{\varepsilon}]$  в виде функции от  $\varepsilon$ . Для этого с помощью аналитических соотношений (7), (8) вычислялись значения  $\sigma[\tilde{\gamma}]$  и  $\sigma[\tilde{\varepsilon}]$  для различных симметричных законов распределений, величины эксцессов которых охватывали бы все практически наблюдаемые на практике. В частности, использовалось равномерное распределение ( $\varepsilon = 1,8$ ), нормальное ( $\varepsilon = 3$ ), Лапласа ( $\varepsilon = 6$ ) и двустороннее экспоненциальное с показателем степени  $\alpha = 0,5$  ( $\varepsilon = 25,2$ ). В результате с погрешностью не более 10% в узловых точках были получены следующие аппроксимации (для  $1 < \varepsilon \leq 25,2$ ):

$$\sigma[\tilde{\gamma}] \cong \lg \varepsilon (31,16 - 193,06 \lg \varepsilon + 470,57 \lg^2 \varepsilon - \\ - 453,94 \lg^3 \varepsilon + 156,19 \lg^4 \varepsilon) / \sqrt{N}, \quad (9)$$

$$\sigma[\tilde{\varepsilon}] \cong \varepsilon \lg \varepsilon (7,09 - 40,94 \lg \varepsilon + 115,99 \lg^2 \varepsilon - \\ - 116,39 \lg^3 \varepsilon + 45,76 \lg^4 \varepsilon) / \sqrt{N}. \quad (10)$$

В качестве контроля были рассчитаны  $\sigma[\tilde{\gamma}]$  и  $\sigma[\tilde{\varepsilon}]$  по точным формулам (7), (8) и приближенным соотношениям (9), (10) для сильно несимметричного одностороннего экспоненциального распределения ( $\gamma = 2$ ,  $\varepsilon = 9$ ). В результате относительная погрешность для  $\sigma[\tilde{\varepsilon}]$  составила –5%, а для  $\sigma[\tilde{\gamma}]$  – 18%, что значительно лучше использования двух ранее описанных подходов. Так, при гауссовом подходе вычисленная  $\sigma[\tilde{\gamma}]$  примерно в 3,5 раза меньше истинного значения, а  $\sigma[\tilde{\varepsilon}]$  даже в 18 раз. Указанное приводит к излишне оптимистическим выводам относительно степени достоверности полученной информации, что в итоге может полностью обесценить результаты данных измерений. С другой стороны, если  $\varepsilon$  исходного распределения существенно меньше трех, то возможны и чрезмерно пессимистические заключения относительно качества проведенного эксперимента. Применение же соотношений (9), (10) позволяет получать более адекватные

реальной ситуации значения стандартных ошибок измерения асимметрии и эксцесса радиальных компонент скорости ветра.

Для более полного представления о точности и надежности рассмотренных выше точечных оценок  $\hat{g}$  параметров радиальных компонент  $V_r$  необходимо перейти к соответствующим интервальным характеристикам. Для этого следует определить величину случайного интервала  $I_P$ , который с заданной доверительной вероятностью  $P$  накрывает истинное значение оцениваемого параметра  $g$ . При произвольном  $P$  вычисление  $I_P$  требует знания не только исходного распределения  $W_r(V_r)$ , но и распределения оценок  $W(\hat{g})$ , что практически не реально, в том числе и из-за непостоянства  $W_r(V_r)$ . Даже если удастся точно определить вид  $W(\hat{g})$ , то далее возникает необходимость поиска в соответствующих вероятностных таблицах значений квантильного множителя  $z_P$ , отвечающего найденному  $W(\hat{g})$  и заданной величине доверительной вероятности  $P$ . В итоге процесс нахождения  $I_P$  становится крайне неудобным для требуемой автоматической обработки данных.

Возможным выходом из этой ситуации является использование неравенства Чебышева [4], где требуется знание только  $\sigma(\hat{g})$ . Однако достигаемые при этом величины доверительных интервалов оказываются чрезмерно широкими и неудобными для практического применения. Поэтому для оценки степени достоверности получаемой информации в системе обработки содара «Волна-3» реализован другой подход, основанный на использовании известных уникальных свойств 90% -х доверительных интервалов [5,6]. Дело в том, что для очень широкого класса распределений (равномерного, треугольного, трапецеидальных, нормального, Лапласа и для всех других экспоненциальных с показателем степени  $\alpha \geq 2/3$ , а также двухмодальных с глубиной антимодальности менее 1,5) только  $\Delta_{0,9}$  (полудлина интерквантильного промежутка с 90% -й вероятностью) имеет простую однозначную связь со стандартным отклонением  $\sigma$  в виде  $\Delta_{0,9} = 1,6\sigma$ , с погрешностью не более  $\pm 0,05\sigma$ . Следовательно, доверительный интервал для оцениваемого параметра  $g$  при  $P = 0,9$  можно записать в виде

$$I_{0,9} = [\hat{g} - 1,6\sigma(\hat{g}) \div \hat{g} + 1,6\sigma(\hat{g})]. \quad (11)$$

В [4] показано, что (при весьма общих условиях) распределения  $W(\hat{g})$  любой выборочной квантили (включая медиану) и функций выборочных моментов асимптотически нормальны независимо от вида распределения исходной выборки. Так, закон распределения выборочного среднего близок к нормальному при  $N \geq 30$  при любом законе распределения обрабатываемых данных с конечным значением эксцесса [5]. В частном случае гауссовой исходной выборки при  $N < 30$  для определения  $I_P$  вышеуказанного параметра используют распределение Стьюдента, квантили которого на практике можно заменять квантилями нормального распределения уже при  $N \geq 8$  [5]. Аналогично, для оценки дисперсии распределение хи-квадрат

можно аппроксимировать гауссовым при  $N \geq 30$  [4]. Однако в нашем случае для определения  $I_{0,9}$  выполнение условия нормальности  $W(\hat{g})$  не является обязательным. Для справедливости соотношения (11) необходимо, чтобы распределение оцениваемого параметра  $W(\hat{g})$  было непрерывным и симметричным со значением эксцесса в диапазоне  $1,8 \leq \varepsilon \leq 12,3$ . В целях определения минимального объема выборки  $N_{\min}$ , с которого начинается с приемлемой точностью выполняться (11), осуществлялось моделирование различных исходных распределений  $W_r(V_r)$  (с параметрами, характерными для содарных измерений) и всех рассмотренных выше оценок  $\hat{g}$ :  $\hat{M}(V_r)$ ,  $\hat{\sigma}(V_r)$ ,  $\hat{\gamma}(V_r)$ ,  $\hat{\varepsilon}(V_r)$ . Использовались равномерное распределение, Гаусса, Лапласа и Рэля. Для каждого  $W_r(V_r)$  и выбранного значения  $N$  формировалось  $L_r = 1000$  реализаций  $V_r$  и соответственно вычислялось  $L_r$  значений  $\hat{g}$ . Затем определялись 5%-е ( $p_{0,05}$ ) и 95%-е ( $p_{0,95}$ ) квантили полученных выборочных распределений  $W(\hat{g})$ . При указанной величине  $L_r$  данные квантили вычисляются достаточно точно [5, 6], что позволяет принять их значения в качестве достоверных нижних и верхних границ искомым 90%-х доверительных интервалов. По соответствующим точечным оценкам, следуя (11), определялись аналогичные приближенные значения доверительных границ  $I_d$ ,  $I_u$  с их абсолютными  $\Delta$  и относительными отклонениями  $\delta$  от  $p_{0,05}$  и  $p_{0,95}$ . В качестве  $N = N_{\min}$  принималась такой объем исходной выборки, начиная с которого обеспечивалось выполнение условия:  $|\delta|_{\max} < 15\%$ , где  $|\delta|_{\max}$  – максимальная величина среди всех  $|\delta|$ , полученных при переборе  $W_r(V_r)$ . Лишь для оценки  $\hat{\gamma}(V_r)$ , в частном случае несимметричного рэлеевского распределения  $W_r(V_r)$ , из-за того, что при некоторых  $N$  5%-я квантиль  $W(\hat{\gamma})$  близка к нулю, выбор  $N_{\min}$  соответствовал выполнению  $|\Delta|_{\max} < 0,1$ . В результате проведенного моделирования были получены следующие значения  $N_{\min}$ .

1. Для оценки центра распределения  $V_r$ :  $N_{\min} \approx 5$ . (Для примера, при  $N = 4$   $|\delta|_{\max} \leq 18\%$ ).

2. Для оценки стандартного отклонения:  $N_{\min} \approx 9$ . Заметим, что для оценки дисперсии значение  $N_{\min}$  существенно выше из-за большей изначальной несимметричности распределения  $W(\hat{D})$  относительно  $W(\hat{\sigma})$ . Так, для исходного  $W_r(V_r)$  Лапласа, даже при  $N = 20$ , нижняя граница 90%-го доверительного интервала определяется с  $\delta \approx -50\%$ .

3. Для оценки коэффициента асимметрии:  $N_{\min} \approx 8$ .

4. Распределение оценки эксцесса  $W(\hat{\varepsilon})$  при малых  $N$  носит ярко выраженный унимодальный положительно асимметричный характер. Указанное определяет и несимметричное расположение 5- и 95%-х квантилей относительно центра группирования  $\hat{\varepsilon}$ . Поэтому точность вычисления нижних  $I_d$  и верхних  $I_u$  доверительных границ по приближенному соотношению (11) будет различной. При этом с меньшей погрешностью при заданном  $N$  определяется  $I_u$ , для нее  $N_{\min} \approx 15$ . Точность же вычисления  $I_d$  сильно зависит

от вида исходного распределения  $W_r(V_r)$ , т.е. от величины самого оцениваемого эксцесса. Так, данная относительная погрешность  $|\delta| < 15\%$  для равномерного распределения начиная с  $N \approx 19$ , для нормального с  $N \approx 40$ , для Рэлея с  $N \approx 130$ , а для Лапласа даже с  $N \approx 550$ . Важно отметить, что при меньших  $N$  величины  $I_d$  всегда меньше соответствующих значений  $p_{0,05}$ . Следовательно, получаемую с помощью (11) длину левой части доверительного 90%-го интервала можно считать оценкой сверху относительно ее истинного значения. При этом для  $W_r(V_r)$  Лапласа разница  $\Delta$  между  $I_d$  и  $p_{0,05}$  может достигать величины  $-1,5$ . Для других исходных распределений указанное смещение гораздо меньше. Так, для нормального  $W_r(V_r)$ , даже при  $N = 15$   $\Delta \approx -0,5$ . С учетом сделанных замечаний в качестве  $N_{\min}$  для оценки эксцесса принимаем величину  $N_{\min} \approx 15$ .

Итак, при  $N \geq N_{\min}$  результат измерения некоторого параметра  $g$  с 90%-й доверительной вероятностью представляем как  $g_{0,9} = \hat{g} \pm 1,6\sigma(\hat{g})$ . При меньших  $N$ , в качестве меры неопределенности определения  $g$ , ограничиваемся величиной соответствующей стандартной ошибки.

**V.A. Fedorov. Parameters of radial wind velocity components as measured by the Volna-3 sodar.**

Algorithms for determination of the first four moments and the related standard deviations, as well as the asymmetry and excess coefficients of radial wind velocity components by the Volna-3 sodar are described. Besides point estimates, interval estimates of these parameters are calculated to characterize objectively the degree of reliability of the information obtained.

Все описанные выше алгоритмы реализованы в системе обработки данных содара «Волна-3» [3] и показали свою практическую состоятельность.

1. Kodama R., Adachi T., Arisawa Y., Naganuma T., Takeuchi K., Hanafusa T., Shiraki H., Itoh Y. On the vertical wind variances measured by Doppler sodar // Proc. 8<sup>th</sup> Int. Symp. on Acoustic Remote Sensing. M., 1996. P. 4.13–4.18.
2. Тиме Н.С. Распределение вероятностей и моменты вертикальной скорости ветра по содарным измерениям // Изв. АН СССР. Физ. атмосфер. и океана. 1990. Т. 26. № 10. С. 1060–1067.
3. Гладких В.А., Макиенко А.Э., Федоров В.А. Акустический доплеровский локатор «Волна-3» // Оптика атмосф. и океана. 1999. Т. 12. № 5. С. 437–444.
4. Крамер Г. Математические методы статистики. М.: Мир, 1976. 648 с.
5. Новицкий П.В., Зограф И.А. Оценка погрешностей результатов измерений. Л.: Энергоатомиздат, 1991. 304 с.
6. Новицкий П.В. Об особых свойствах 95%-й квантили большого класса распределений и предпочтительных значениях доверительной вероятности при указании погрешностей приборов и измерений // Метрология. 1979. № 2. С. 4–12.