

В.Е. Киракосянц, В.А. Логинов, В.В. Слонов

**ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ АЛГОРИТМА ОВФ ПРИ НАБЛЮДЕНИИ ПРОТЯЖЕННОГО ОБЪЕКТА**

Анализируется качество ОВФ при приеме сигнала от протяженного объекта с диффузной отражающей поверхностью. Оцениваются предельные характеристики алгоритма, достигаемые в режиме многократного зондирования объекта.

Эффективность оптических информационных систем (систем связи и локации) существенным образом зависит от возможностей доставки энергии оптических волн через турбулентную атмосферу и способов управления волновым фронтом излучаемого поля на передающем раскрыве таких систем. Принципы построения и качество алгоритмов управления доставкой энергии при наблюдении точечных объектов в условиях распространения оптического излучения в турбулентной атмосфере исследованы достаточно подробно [1÷4]. В частности, показано [5], что при определенных условиях оптимальным алгоритмом управления является алгоритм обращения волнового фронта (ОВФ). Однако в реальных ситуациях чаще всего приходится иметь дело с протяженными объектами наблюдения. В то же время такого рода исследований для протяженных объектов проведено, по-видимому, значительно меньше. Для некоторых частных случаев результаты статистического моделирования алгоритма фазового сопряжения при работе по протяженному объекту приведены в публикациях [2, 3].

В данной работе анализируется алгоритм ОВФ, приемная часть которого построена на основе многоканального гетеродинного приемника, а передающая — по схеме: задающий генератор (ЗГ), многоканальные амплитудно-фазовый модулятор (М) и оптический квантовый усилитель (ОКУ), причем ЗГ выполняет и роль гетеродина в приемнике. ОВФ осуществляется на промежуточной (радио-) частоте с помощью набора фазовращателей. Получены аналитические выражения, определяющие качество алгоритма при приеме сигнала от протяженного объекта с диффузной отражающей поверхностью. Оцениваются предельные характеристики управления, достигаемые в режиме многократного зондирования объекта.

В качестве показателя эффективности работы алгоритма на очередном  $m$ -м такте зондирования ( $m = 1, \dots, n$ ;  $n = T/T_0$ ;  $T$  — интервал наблюдения;  $T_0$  — период зондирования) удобно принять коэффициент использования энергии зондирующего излучения  $\mathcal{E}_m$ , равный отношению коэффициентов передачи энергии на объект в исследуемых  $K_m$  и в идеальных  $K_{II}$  условиях (однородная среда распространения, наличие точечного отражателя в области изопланарности объекта, отсутствие шумов регистрации оптического поля в приемнике). При наблюдении протяженного объекта естественно рассмотреть две разновидности доставки излучения:

а) передачу энергии в заданную точку  $(z, \rho_0)$  объекта

$$\mathcal{E}_m(z, \rho_0) = K_m(z, \rho_0)/K_{II}(z, \rho_0); \quad (1)$$

б) передачу энергии на объект в целом

$$\mathcal{E}_m = K_m/K_{II}. \quad (2)$$

В выражениях (1) и (2) обозначено:

$$K_m(z, \rho_0) = \frac{\langle H_m(z, \rho_0) \rangle}{\frac{1}{W} \int_{(m-1)T_0}^{mT_0} dt \frac{1}{S_a} \int_{\Omega} \langle U_{0m}^2(\mathbf{r}, t) \rangle d^2r},$$

$$K_m = \frac{\int_{\Omega_0} \langle H_m(z, \rho) \rangle d^2\rho}{\frac{1}{W} \int_{(m-1)T_0}^{mT_0} dt \int_{\Omega} \langle U_{0m}^2(\mathbf{r}, t) \rangle d^2r}; K_u(z, \rho_0) = \frac{S_a^2}{\lambda^2 z^2}; N_0 = \frac{S_a S_0}{\lambda^2 z^2};$$

$K_u = \frac{N_0}{1 + N_0}$ ;  $H_m(z, \rho) = \frac{1}{W} \int_{(m-1)T_0}^{mT_0} U_m^2(z, \rho, t) dt$  – плотность энергии поля излучения  $U_m(z, \rho, t)$  в точке

$(z, \rho)$  картинной плоскости;  $U_{0m}(\mathbf{r}, t)$  – поле, излучаемое на  $m$ -м такте зондирования;  $S_a$  и  $S_0$  площади приемопередающей апертуры  $\Omega$  и проекции поверхности объекта на картинную плоскость  $\Omega_0$ ;  $\lambda$  – длина волны излучения;  $W$  – волновой импеданс однородной среды распространения; угловые скобки означают усреднение по статистическим ансамблям реализаций показателя преломления турбулентной атмосферы, френелевского коэффициента отражения шероховатой поверхности объекта, шумов регистрации поля в приемнике.

Излучаемое  $N$ -канальным передающим устройством на  $m$ -м такте поле будем записывать в виде

$$U_{0m}(\mathbf{r}, t) = \text{Re } U(t - (m - 1)T_0) \hat{A}_m(\mathbf{r}, (m - 1)T_0) e^{-i\omega t}, \quad (3)$$

где  $U(t)$  – регулярная временная модулирующая функция, нормированная условием:

$T_{\text{эф}} = \int_0^{T_0} |U(t)|^2 dt$ , определяющим эффективную длительность зондирующего импульса;  $\hat{A}_m(\mathbf{r}, t)$  –

амплитудно-фазовое управление;  $\omega$  – несущая частота. Управление  $\hat{A}_m(\mathbf{r}, t)$ , формируемое с использованием ЗГ и М, имеет вид

$$\hat{A}_m(\mathbf{r}, t) = \gamma E_{\text{ЗГ}}^*(\mathbf{r}) \hat{V}_{jm}^*(t), \quad \mathbf{r} \in \Omega_j, \quad j = 1, \dots, N, \quad (4)$$

где  $E_{\text{ЗГ}}(\mathbf{r})$  – комплексная амплитуда излучения ЗГ;  $\gamma$  – коэффициент усиления ОК.У;  $V_{jm}(t)$  – комплексная амплитуда сигнала на выходе фильтра промежуточной частоты (ФПЧ)  $j$ -го канала; \* – знак сопряжения;  $\Omega_j$  –  $j$ -я субапертура системы. Сигнал на промежуточной частоте  $\omega_0$  представляет собой условно-гауссовский процесс со средним  $\text{Re} \bar{E}_{jm}^*(t) e^{i\omega_0 t}$  и пространственной корреляционной функцией вида  $V_{ijm}(t) = \sigma_{jm}^2(t) \delta_{ij}$ , причем

$$\bar{V}_{jm}(t) = \frac{\alpha}{2W} \sum_{l=1}^m \int_{(l-1)T_0}^{lT_0} d\tau h(t - \tau) \int_{\Omega_j} E_{\text{ЗГ}}^*(\mathbf{r}) X_{nl}(\mathbf{r}, t) V_l(\mathbf{r}) d^2r, \quad (5)$$

$$\sigma_{jm}^2(t) = \frac{1}{2} \nu_{\text{ЗГ}} (1 + \nu_{\text{т}}/\nu_{\text{ЗГ}} + \alpha N_{\text{ф}}) \sum_{l=1}^m \int_{(l-1)T_0}^{lT_0} h_2(t - \tau) d\tau, \quad (6)$$

где  $\alpha = \eta / \hbar\omega$ ,  $\eta$  – квантовая эффективность фотодетектора (ФД),  $\hbar\omega$  – квант энергии на частоте сигнала;  $h(t)$  – огибающая импульсной реакции ФПЧ;  $\nu_{\text{т}}$  и  $\nu_{\text{ЗГ}}$  – интенсивности потоков электронов на выходе ФД, обусловленные темновым током ФД и излучением ЗГ;  $N_{\text{ф}}$  – спектральная плотность внешнего фона;  $X_{nm}(\mathbf{r}, t) = U(t - (m - 1)T_0 - 2z/c) \cdot \exp\left\{\frac{iK}{2z} r^2 - iK\theta_0 r\right\}$  – невозмущенная регулярная часть отраженного от объекта сигнала;  $\theta_0 = \rho_0/z$  – угловые координаты объекта;  $V_m(\mathbf{r})$  – комплексная амплитуда случайной части сигнала. В предположении, что объект целиком находится в области изопланарности относительно апертуры  $\Omega$ , а турбулентная атмосфера представляется амплитудно-фазовым экраном, расположенным вблизи апертуры

$$V_m(\mathbf{r}) = E_m(\mathbf{r}) \exp\{\psi(z, \mathbf{r}, \rho_0; (m - 1)T_0 + 2z/c)\}, \quad (7)$$

где  $E_m(\mathbf{r})$  – комплексная амплитуда сигнала, определяемого статистическим характером процесса формирования отраженного сигнала диффузной поверхностью объекта и наличием турбулентной атмосферы на прямой трассе распространения зондирующего излучения к нему;  $\psi(z, \mathbf{r}, \rho_0; (m - 1)T_0 + 2z/c) =$

$= \psi_m(\mathbf{z}, \mathbf{r}, \rho_0)$  — случайный набег комплексной фазы, реализованной на обратной трассе распространения  $m$ -го зондирующего импульса в турбулентной атмосфере.

С учетом соотношений (3)–(7) и в предположении, что пространственное распределение излучения ЗГ и импульсная реакция ФПЧ согласованы с регулярной модуляцией сигнала, а время задержки на распространение сигнала до объекта и обратно существенно превышает интервал корреляции атмосферного канала, выражения (1) и (2) могут быть записаны в виде

$$\mathcal{E}_{m+1}(\mathbf{z}, \rho_0) = \frac{\langle R_{xX}(\mathbf{z}, \rho_0) \rangle + \langle R_X(\mathbf{z}, \rho_0) \rangle / q_m}{\langle R_x \rangle + N/q_m}; \quad (8)$$

$$\mathcal{E}_{m+1} = (1 + N_0) \frac{\frac{1}{S_0} \int_{\Omega_0} \langle R_{xX}(\mathbf{z}, \rho) \rangle d^2\rho + \frac{1}{S_0} \int_{\Omega_0} \langle R_X(\mathbf{z}, \rho) \rangle d^2\rho / q_m}{\langle R_x \rangle + N/q_m}. \quad (9)$$

Здесь  $q_m = \frac{\alpha}{2W} T_{\text{эф}} \int_{\Omega} \langle |E_m(\mathbf{r})|^2 \rangle d^2r$  — отношение сигнал-шум на  $m$ -м такте зондирования;  $q_0$  — отношение сигнал-шум при распространении излучения в однородной среде и отражении от точечного объекта с эффективной поверхностью рассеяния (ЭПР), равной ЭПР рассматриваемого объекта;

$$R_x = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{|x_{jm}|^2}{2W};$$

$$R_X(\mathbf{z}, \rho) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N |X_{jm}(\mathbf{z}, \rho)|^2; \quad R_{xX}(\mathbf{z}, \rho) = \left| \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{x_{jm}^* X_{jm}(\mathbf{z}, \rho)}{2W} \right|^2;$$

$$x_{jm} = \frac{1}{\Gamma_m^{1/2}} \frac{1}{\Delta} \int_{\Omega_j} E_m(\mathbf{r}) \exp\{\psi_m(\mathbf{z}, \mathbf{r}, \rho_0)\} d^2r; \quad (10)$$

$$X_{jm}(\mathbf{z}, \rho) = \frac{1}{\Delta} \int_{\Omega_j} \exp\left\{-\frac{i\kappa}{z}(\rho - \rho_0)\mathbf{r} + \psi_m(\mathbf{z}, \rho_0, \mathbf{r})\right\} d^2r, \quad (11)$$

где  $\Delta = \frac{S_a}{N}$  — площадь субапертуры;  $\Gamma_m = \Gamma_m(\mathbf{r}, \mathbf{r}) = \langle |E_m(\mathbf{r})|^2 \rangle / 2W$ ,  $\Gamma_m(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle E_m(\mathbf{r}_1) E_m^*(\mathbf{r}_2) \rangle / 2W$  — функция когерентности поля  $E_m(\mathbf{r})$ .

Найти явные выражения для показателей качества (8) и (9) в общем случае не удастся. В наиболее интересной для работы адаптивных систем ситуации ( $N_{0m} / \sqrt{N} \leq N_0 \sqrt{N} \ll 1$ ,  $N_a / N \leq 1$  и  $N_a \gg 1$ ), квадратичной аппроксимации структурной функции комплексной фазы и гауссовской аппроксимации функции когерентности  $\Gamma_m(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ , имеем

$$\mathcal{E}_{m+1}(\mathbf{z}, \rho_0) \simeq \langle R_a \rangle \frac{1/(1 + N_{0m}) + 1/\langle q_m \rangle}{1 + N/\langle q_m \rangle}; \quad (12)$$

$$\mathcal{E}_{m+1} \simeq (1 + N_0) \langle R_a \rangle \frac{1/(1 + N_{0m} + N_0) + 1/\langle q_m \rangle}{1 + N/\langle q_m \rangle}; \quad (13)$$

$$N_{0m} \simeq \frac{N_0}{1 + N_0 \mathcal{E}_m(\mathbf{z}, \rho_0)}, \quad (14)$$

где  $\langle R_a \rangle = \frac{1}{1 + N_a / N}$ ;  $\langle q \rangle = q_m \langle R_a \rangle$ ;  $N_a = \frac{S_a}{\pi \rho_a^2}$  и  $N_{0m}$  — числа пятен когерентности сигнального излучения на приемной апертуре, обусловленные соответственно влиянием атмосферы ( $\rho_a$  — радиус когерентности сферической волны, распространяющейся в турбулентной атмосфере от объекта до апертуры) и диффузной поверхности освещенной части протяженного объекта на  $m$ -м такте зондирования; причем

$$\mathcal{E}_1(z, \rho_0) = \langle R_a \rangle / N; \quad (15)$$

$$\mathcal{E}_1 = \frac{1 + N_0}{N} \times \frac{1}{S_0} \int_{S_0} \langle R_X(z, \rho) \rangle d^2\rho = (1 + N_0) / (N + N_0 + N_a). \quad (16)$$

Из последних выражений следует, что на первом «неадаптивном» такте оптимальное число каналов равно единице. Поэтому

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_1(z, \rho_0) &= 1 / (1 + N_a); \quad \mathcal{E}_1 = 1 / (1 + N_a / (1 + N_0)); \\ N_{01} &= N_0 / (1 + N_0 / (1 + N_a)). \end{aligned} \quad (17)$$

Заметим, что соотношения (12), (13) для показателей эффективности легко преобразуются в соответствующие выражения для точечного объекта наблюдения ( $N_{0m} = N_0 \ll 1$ ), которые представлены в [4], а также для случая передачи излучения на протяженный объект при наличии на нем доминирующей блестящей точки ( $N_{0m} \ll 1$ ).

Полученные выражения позволяют ответить на вопрос о предельно достижимых характеристиках адаптивных систем с ОВФ.

При достаточно большом числе каналов системы ( $N_a / N \ll 1$ ) и значительной величине отношения сигнал-шум ( $\langle q_m \rangle / N \gg 1$ ) энергетические потери при передаче излучения на протяженный объект связаны с наличием интенсивной мультипликативной помехи, обусловленной шероховатой поверхностью объекта, которая может приводить к существенному искажению измеряемого волнового фронта. Интересуясь этим аспектом задачи, определим предельные значения показателей эффективности  $\mathcal{E}_m(z, \rho_0)$  и  $\mathcal{E}_m$  в установившемся режиме (при  $m \rightarrow \infty$ ). При  $\langle q_m \rangle / N$  и  $N_a / N \ll 1$  установившееся значение параметра  $N_{0m}$  в соответствии с (14) удовлетворяет уравнению

$$N_{0\infty} = N_0 / (1 + N_0 / (1 + N_{0\infty})).$$

Откуда следует, что

$$N_{0\infty} = \frac{1}{2} (V \overline{1 + 4N_0} - 1).$$

При этом

$$\mathcal{E}_\infty(z, \rho_0) \simeq 1 / \left[ 1 + \frac{1}{2} (V \overline{1 + 4N_0} - 1) \right]; \quad (18)$$

$$\mathcal{E}_\infty \simeq 1 / (1 + 1/2 (1 + N_0) (V \overline{1 + 4N_0} - 1)). \quad (19)$$

В рассматриваемом случае легко получить явное выражение для текущего значения параметра  $N_{0m}$  как функции номера такта зондирования  $m$

$$N_{0m} = N_{0\infty} + \frac{N_0}{K_\infty^{-2(m-1)} \left( \frac{K_\infty}{1 - K_\infty^2} - \frac{N_0}{N_{01} - N_{0\infty}} \right) - \frac{K_\infty}{1 - K_\infty^2}}, \quad (20)$$

где  $K_\infty = K_{\text{н}} \mathcal{E}_\infty$  – коэффициент передачи в задаче доставки излучения на протяженный объект в установившемся режиме.

Т а б л и ц а 1

$N_A$	$\mathcal{E}_\infty(z, \rho_0)$		
	$N_0$		
	2	10	100
10	0,5	0,27	0,1
	0,1	0,1	0,1
100	0,5	0,27	0,1
	0,01	0,01	0,01

Т а б л и ц а 2

$N_A$	$\mathcal{E}_\infty$		
	$N_0$		
	2	10	100
10	0,75	0,8	0,91
	0,23	0,52	0,91
100	0,75	0,8	0,91
	0,03	0,1	0,5

В табл. 1 и 2 представлены значения показателей эффективности (18) и (19) для некоторых характерных ситуаций (числитель) и соответствующие им значения для неадаптивной системы (знаменатель), показатели эффективности которой определяются соотношениями (17).

Таким образом, в данных условиях в процессе многократного зондирования протяженного объекта происходит постепенное «забывание» начальной ситуации, характеризуемой состоянием турбулентной атмосферы (числом пятен когерентности  $N_a$ ). В результате предельное качество адаптации определяется лишь характеристиками объекта наблюдения (параметром  $N_0$ ). При выполнении неравенства  $N \lesssim N_a$  адаптация дает существенный выигрыш. Достижимый эффект объясняется тем, что в рассматриваемых условиях апертура системы приближенно может быть представлена в виде  $N_{0m}$  областей, в каждой из которых с помощью ОВФ осуществляется достаточно хорошая компенсация искажений волнового фронта, вызванных атмосферой. Поля от отдельных участков апертуры складываются на объекте некогерентно. При полной компенсации искажений на отдельных участках выражение для показателя эффективности (12) приобретает вид  $\mathcal{E}_m(z, \rho_0) \approx 1/(1+N_{0m})$ . В то же время при отсутствии управления  $\mathcal{E}_m(z, \rho_0) \approx 1/(1+N_a)$ . Поскольку большим значениям  $N_0 \gg 1$  соответствуют значения  $N_{0\infty} \sim \sqrt{N_0}$ , заметный выигрыш имеет место уже при  $N_0 \sim N_a$ . Естественно, если на объекте имеется доминирующая блестящая точка ( $N_{0m} \ll 1$ ), то поля на объекте, излучаемые любыми областями апертуры, оказываются полностью сфазированы; достигаемый при этом выигрыш будет максимальным. В противоположной ситуации ( $N_0 \gg N_a$ ) адаптация отсутствует.

При оценивании эффективности адаптивной системы с ОВФ важен также вопрос о числе зондирований, при котором достигаются приведенные выше предельные значения, а следовательно, и обеспечивается определенный выигрыш от применения адаптивной системы. Для ответа на этот вопрос определим пороговое значение числа зондирований  $m$ , при превышении которого показатель эффективности  $\mathcal{E}_{m+1}$  отличается от своего предельного значения  $\mathcal{E}_\infty$  не более чем на малую величину  $\varepsilon \ll 1$ :

$$1 - \mathcal{E}_{m+1}/\mathcal{E}_\infty \leq \varepsilon,$$

где в данном случае  $\mathcal{E}_{m+1} = 1/(1 + N_{0m}/(1 + N_0))$ . Из этого неравенства с использованием выражения (20) получим

$$m \geq 1 - \frac{1}{\ln K_{\infty}^2} \ln \frac{1 + (1 - K_{\infty}^2) \cdot (1 - \varepsilon)/\varepsilon}{1 + (1 - K_{\infty}^2) N_0 / K_{\infty} (N_{01} - N_{0\infty})}. \quad (21)$$

Для тех же условий, при которых получены данные табл. 1 и 2, пороговые значения  $m$  при  $\varepsilon = 0,05$  представлены в табл. 3.

Т а б л и ц а 3

$N_A$	$N_0$		
	2	10	100
10	2	3	1
100	2	4	7

Проведенные расчеты показывают, что время установления стационарного состояния с предельными характеристиками зависит от степени протяженности объекта (значения  $N_0$ ) и возрастает при его увеличении. Исключение составляет лишь случай, когда адаптивный режим не может быть установлен ( $N_{01} \leq N_{0\infty}$ ). В данном рассмотрении это соответствует ситуации, при которой  $N_0 \gg N_a$ .

1. Татарский В. И. // Известия вузов. Сер. Радиофизика. 1981. Т. 24. № 7. С. 861–871; 1981. Т. 24. № 7. С. 872–883; 1982. Т. 25. № 8. С. 882–883; 1982. Т. 25. № 9. С. 1018–1031.
2. Воронцов М. А., Шмальгаузен В. И. Принципы адаптивной оптики. М.: Наука, 1985. 335 с.
3. Адаптивная оптика // Пер. с англ. под ред Э.А. Витриченко. М.: Мир, 1980. 286 с.
4. Бакут П. А., Киракосянц В. Е., Логинов В. А. // Известия вузов. Сер. Физика. 1985. Т. 28. № 11. С. 64–77.
5. Киракосянц В. Е., Логинов В. А. // Квантовая электроника. 1984. Т. 11. № 4. С. 795–800.

V.I. Kirakosyants, V.A. Loginov, V.V. Slonov. **The Potential Characteristics of WFI Algorithm at Observation of an Extended Object.**

The WFI quality is analyzed at the reception of a signal from an extended object with the diffuse reflecting surface. The limiting characteristics of the algorithm which are reached in the regime of reiterated sensing of the object are estimated.