

ТУРБУЛЕНТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ И ОКЕАНЕ

УДК 621.378.225

И.В. Давлетшина, А.В. Скулачева, С.С. Чесноков

ЭФФЕКТЫ КРУПНОМАСШТАБНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ

Методом Монте-Карло проводится численный анализ распространения световых пучков в турбулентной атмосфере. Предложена методика оптимизации фазовых экранов, позволяющая повысить достоверность численного прогнозирования таких эффектов, как случайные блуждания и уширение пучков. Исследовано влияние внешнего масштаба и силы турбулентности на статистику энергетических характеристик коллимированных и сфокусированных пучков.

Как известно, атмосферная турбулентность характеризуется весьма широким пространственным спектром флуктуаций показателя преломления n , который невозможно целиком воспроизвести на расчетной сетке, доступной для современных компьютеров. Вместе с тем спектр флуктуаций n быстро убывает с ростом пространственной частоты, поэтому в искажениях фазы световой волны преобладают оптические аберрации низших порядков. Наглядное подтверждение этому факту дано в [1], где приведены экспериментально измеренные волновые фронты лазерного пучка, распространяющегося в приземном слое атмосферы.

Указанное обстоятельство является основой концепции отдельного моделирования крупно- и мелкомасштабных флуктуаций показателя преломления [2, 3], широко используемой в настоящее время и позволяющей проанализировать влияние различных участков спектра на статистику светового поля пучка. Эта концепция основывается на предположении о том, что случайные блуждания и уширение пучка как целого, приводящие к размытию профиля средней интенсивности при длительной регистрации светового поля, обусловлены в основном низкочастотным участком спектра турбулентности.

Настоящая работа посвящена численному исследованию данных эффектов на основе модального представления атмосферных неоднородностей. Путем сравнения результатов, полученных методом Монте-Карло, с предсказаниями аналитических теорий оптимизируются параметры численной модели. Рассматриваются различные спектры атмосферной турбулентности, и определяется влияние внешнего и внутреннего масштабов на энергетические характеристики светового пучка в режимах слабых, умеренных и сильных флуктуаций.

1. Оптимизация модели фазового экрана

Для исследования распространения световых пучков в турбулентной атмосфере в настоящей работе используется квазиоптическое приближение теории дифракции. Интегрирование уравнения распространения проводится методом расщепления по физическим факторам [4] на основе модели фазовых экранов. Как известно, при модальном представлении фазовых возмущений световой волны в атмосфере [5–8] диаметр D круга разложения фазы по ортогональным полиномам (обычно по модам Цернике) является свободным параметром. В то же время D определяет дисперсии случайных коэффициентов при модах Цернике, поэтому его значение существенно влияет на дисперсию σ_ϕ^2 флуктуаций фазы на экране. Естественно ожидать, что в пределе, когда число мод Цернике неограниченно возрастает, зависимость σ_ϕ^2 от D будет ослабевать. По-видимому, идеальный фазовый экран, являющийся суперпозицией бесконечного числа мод Цернике, должен правильно воспроизводить флуктуации фазы волны при любом D . Однако в численном эксперименте число мод Цернике всегда конечно и, вообще говоря, не слишком велико. Поэтому представляют интерес практические оценки диаметра круга разложения фазы D и числа полиномов Цернике J , при которых удовлетворительно воспроизводятся такие эффекты, как блуждания и уширение пучка.

В качестве методической основы этих оценок воспользуемся результатами аналитической теории [9], развитой для эффективных параметров пучка в атмосфере. В частности, при использовании колмогоровской модели турбулентности в [9] получена формула для эффективного радиуса пучка a_{ef} , который определяет размер области, зачерчиваемой пучком при его блужданиях в плоскости наблюдения:

$$a_{ef} = a_d \{1 + 1,624 (\beta_0^2)^{6/5} z / (k_0 a_d^2)\}^{1/2}, \quad (1)$$

где

$$a_d(z) = a_0 \left\{ \left(\frac{z}{k_0 a_0^2} \right)^2 + \left(1 - \frac{z}{R_f} \right) \right\}^{1/2} \quad (2)$$

– радиус дифракционно ограниченного гауссовского пучка в вакууме; a_0 – начальный радиус пучка; z – длина трассы; k_0 – оптическое волновое число; R_f – фокусное расстояние;

$$\beta_0^2 = 1,23 C_n^2 k_0^{7/6} z^{11/6} \quad (3)$$

– рывовская дисперсия; C_n^2 – структурная постоянная флуктуаций показателя преломления.

В численном эксперименте методом Монте-Карло рассчитывались следующие характеристики пучка:

– среднеквадратическое смещение центра тяжести

$$\rho_c = \langle \tilde{\rho}_c \rangle, \quad \tilde{\rho}_c = \sqrt{\tilde{x}_c^2 + \tilde{y}_c^2}, \quad (4)$$

$$x_c = \int \int x I dx dy / \int \int I dx dy,$$

$$y_c = \int \int y I dx dy / \int \int I dx dy,$$

эффективный радиус, определяемый по средней интенсивности,

$$a_{ef} = \left\{ \int \int (x^2 + y^2) \langle I \rangle dx dy / \int \int I dx dy \right\}^{1/2}. \quad (5)$$

Усреднение проводилось по $M = 100$ реализациям для пучка со следующими параметрами: начальный радиус $a_0 = 5$ см, длина волны света $\lambda = 1,06$ мкм (дифракционная длина пучка $z_d = 14,82$ км). Для расчетов использовалась сетка размера $A_0 = 100$ см, содержащая 128×128 узлов, число фазовых экранов варьировалось от $S = 10$ до $S = 20$, длина трассы выбрана равной $z = 7,41$ км (т.е. $0,5z_d$). Использовалась колмогоровская модель турбулентности.

1.1. Коллимированный пучок

При моделировании фазовых экранов ограничимся вначале первыми пятью полиномами Цернике, описывающими абберации первого и второго порядка (поршневая мода здесь и далее исключена из рассмотрения). На рис. 1 приведены расчетные зависимости a_{ef} от z , полученные при разных значениях отношения D/a_0 для случая умеренных флуктуаций ($C_n^2 = 5 \cdot 10^{-17} \text{ см}^{-2/3}$, $\beta_0^2 = 1,31$). Видно, что наилучшее согласие расчетных зависимостей с аналитической, полученной по формуле (1), наблюдается при $D/a_0 = 2,5$. С увеличением D эффективный радиус пучка уменьшается, что объясняется уменьшением дисперсий оптических мод, описывающих флуктуации фазы световой волны. На рис. 2 представлены аналогичные зависимости, полученные при $D/a_0 = 2,5$ для случаев слабых ($\beta_0^2 = 0,26$), умеренных ($\beta_0^2 = 1,31$) и сильных ($\beta_0^2 = 13,1$) флуктуаций. Видно хорошее совпадение теоретических и расчетных кривых в первых двух случаях и значительное их расхождение в режиме сильных флуктуаций.

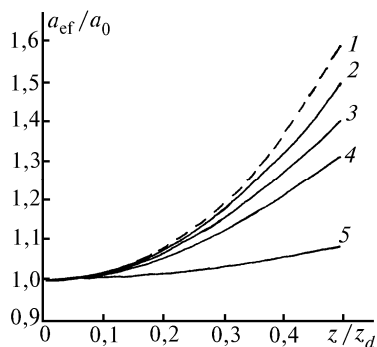


Рис. 1. Зависимость a_{ef} от z для коллимированного пучка при использовании колмогоровской модели турбулентности. Кривые: 1 – теория; 2–4 – метод Монте-Карло при разных значениях параметра D/a_0 : 2 – $D/a_0 = 2,5$; 3 – $D/a_0 = 4$; 4 – $D/a_0 = 10$; 5 – распространение в вакууме. Турбулентность моделируется $J = 5$ модами Цернике, $\beta_0^2 = 1,31$

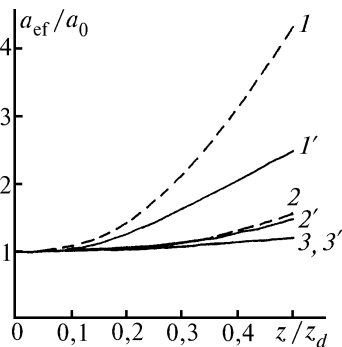


Рис. 2. Зависимость a_{ef} от z для коллимированного пучка при использовании колмогоровской модели турбулентности. Кривые: 1, 2, 3 – теория, 1', 2', 3' – метод Монте-Карло ($\beta_0^2 = 13,1, 1,31, 0,26$ соответственно). Параметры фазовых экранов: $J = 5, D/a_0 = 2,5$

Представляет интерес попытаться улучшить согласие расчетных и теоретических зависимостей путем увеличения числа мод Цернике J при моделировании фазовых экранов. При этом $J = 14$ для мод до 4-го и $J = 44$ для мод до 6-го порядка включительно. Расчетные зависимости a_{ef} от z , полученные при разном числе мод Цернике, приведены на рис. 3 ($\beta_0^2 = 1,31, D/a_0 = 4$, рис. 3, а) и ($\beta_0^2 = 13,1, D/a_0 = 8$, рис. 3, б). Из рисунков видно, что увеличение числа мод при моделировании фазовых экранов дает заметный эффект при умеренных флуктуациях и гораздо меньший эффект при сильных флуктуациях. Необходимо также отметить, что оптимальный диаметр области разложения фазы D возрастает с увеличением числа мод от $D/a_0 = 2,5$ при $J = 5$ до $D/a_0 = 8$ при $J = 44$.

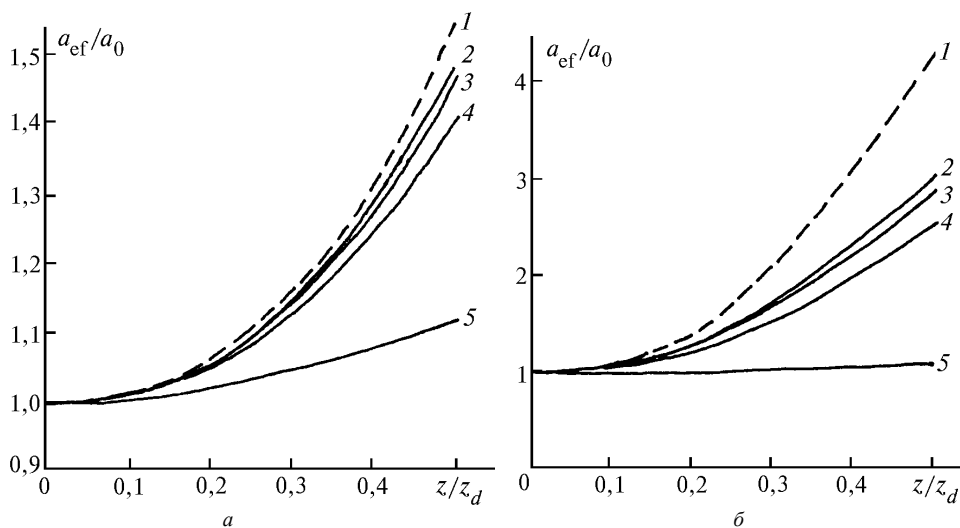


Рис. 3. Зависимость a_{ef} от z для коллимированного пучка при использовании колмогоровской модели турбулентности. Кривые: 1 – теория; 2–4 – метод Монте-Карло при разном числе мод Цернике J на фазовых экранах: 2 – $J = 44$, 3 – $J = 14$, 4 – $J = 5$; 5 – распространение в вакууме. а – $D/a_0 = 4, \beta_0^2 = 1,31$; б – $D/a_0 = 8, \beta_0^2 = 13,1$

Значительные отличия расчетных данных от предсказаний теории, наблюдающиеся в режиме сильных флуктуаций (см. рис. 3, б), не могут быть объяснены ограниченностью базиса при генерации фазовых экранов, т.к. увеличение J от 14 до 44 приводит к росту a_{ef} не более чем на 2 %.

С нашей точки зрения естественно предположить, что в рассматриваемых условиях теория дает завышенные значения a_{ef} . В самом деле, результаты работы [9] основаны на предположении, что профиль средней интенсивности пучка при долгоэкспозиционной регистрации

является гауссовским. Анализ профилей средней интенсивности, полученных в численных экспериментах при разных J (рис. 4, а), показывает, что в режиме сильных флуктуаций это предположение не вполне верно. Этот факт становится особенно наглядным при рассмотрении рис. 4, б, где изображены графики функций $\ln(\langle I \rangle_{\max} / \langle I(x) \rangle)$, полученные для приведенных на рис. 4, а профилей $\langle I(x) \rangle$ (здесь $\langle I \rangle_{\max}$ – максимальное значение интенсивности для данного профиля). Прямая на этом рисунке соответствует гауссовскому профилю с эффективным радиусом, полученным по формуле (1). Отчетливо видно отличие наклона расчетных зависимостей от наклона теоретической прямой, особенно существенное на периферии пучка.

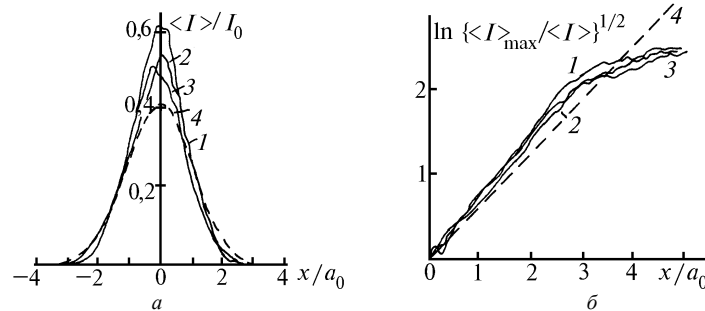


Рис. 4. Профили средней интенсивности, полученные методом Монте-Карло при использовании колмогоровской модели турбулентности. Кривые: 1 – $J=5$, 2 – $J=14$, 3 – $J=44$ ($D/a_0=4$), 4 – гауссовский профиль с теоретически найденным a_{ef} (а). Логарифмическое представление профилей (б), приведенных на рис. 4, а

Основываясь на этих рассуждениях, следует ожидать, что с увеличением силы флуктуации формула (1) будет давать все более завышенные результаты для эффективного радиуса пучка по сравнению с методом Монте-Карло.

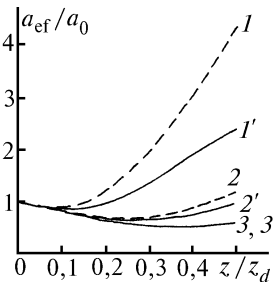


Рис. 5. Зависимость a_{ef} от z для сфокусированного пучка при использовании колмогоровской модели турбулентности. Кривые: 1, 2, 3 – теория; 1', 2', 3' – метод Монте-Карло ($\beta_0^2 = 13,1; 1,31; 0,26$ соответственно). Параметры фазовых экранов: $J=5$, $D/a_0=2,5$. Радиус фокусировки $R_f=0,5z_d$

1.2. Сфокусированный пучок

При численном анализе распространения сфокусированного пучка ограничимся простой моделью фазовых экранов, содержащей моды первого и второго порядка ($J=5$), с оптимальным для этого случая отношением $D/a_0=2,5$. Будем рассматривать пучок, сфокусированный на расстояние $R_f=7,41$ км ($=0,5z_d$). Расчетные и теоретические зависимости a_{ef} от z приведены на рис. 5 для трех значений C_n^2 , соответствующих $\beta_0^2=0,26; 1,31; 13,1$. Видно, что, как и для коллимированного пучка, в режиме слабых и умеренных флуктуаций теоретические и численные зависимости согласуются вполне удовлетворительно, в режиме сильных флуктуаций формула (1) дает завышенные значения для a_{ef} . В то же время координаты эффективной турбулентной перетяжки пучка, найденные методом Монте-Карло и на основе аналитической зависимости (1), хорошо согласуются друг с другом в широком диапазоне C_n^2 . Как и следовало ожидать, турбулентная перетяжка смещается в сторону излучающей апертуры по мере роста силы турбулентности.

2. Роль внешнего масштаба турбулентности

Оценку влияния внешнего масштаба турбулентности на энергетические характеристики пучка будем проводить для кармановского спектра атмосферных неоднородностей [10]. Условия

распространения пучка выберем такими же, как в п. 1.

На рис. 6 представлены расчетные зависимости a_{ef} от z , полученные для коллимированного пучка в режиме умеренных флуктуаций ($C_n^2 = 5 \cdot 10^{-17} \text{ см}^{-2/3}$) при разных значениях внешнего масштаба турбулентности L_0 . Для сравнения там повторены взятые из рис. 1 результаты для колмогоровской турбулентности: расчетная кривая при $L_0 = \infty$ и аналитическая кривая по формуле (1). Видно, что с уменьшением внешнего масштаба турбулентности эффективный радиус пучка уменьшается, причем уменьшение a_{ef} наиболее существенно в области малых L_0 . Этот эффект объясняется в основном снижением дисперсии случайных смещений пучка и в меньшей степени уменьшением турбулентного уширения, поскольку наиболее сильно величина внешнего масштаба влияет на дисперсии наклонов волнового фронта [3, 11].

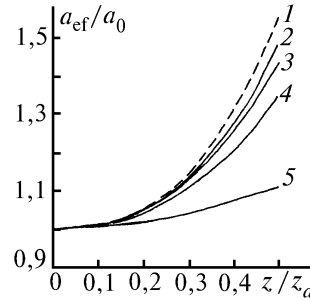


Рис. 6. Зависимость a_{ef} от z для коллимированного пучка при использовании кармановской модели турбулентности ($\beta_0^2 = 1,31$). Кривые: 1, 2 – теория и метод Монте-Карло для $L_0 = \infty$; 3, 4 – метод Монте-Карло для $L_0 = 5$ и 2 м соответственно; 5 – распространение в вакууме

Результаты анализа сфокусированного пучка приведены на рис. 7 для $R_f = 0,5z_d$. Там представлены зависимости a_{ef} от z , полученные в случае слабых и умеренных флуктуаций для двух моделей турбулентности: колмогоровской и кармановской – с $L_0 = 100a_0$ (5 м). Для сравнения там же помещены кривые, найденные по формуле (1). Видно, что при уменьшении внешнего масштаба турбулентная перетяжка удаляется от излучающей апертуры во всех рассмотренных режимах. С ростом C_n^2 при фиксированном L_0 турбулентная перетяжка смещается в сторону излучателя, как это имеет место и в колмогоровской модели.

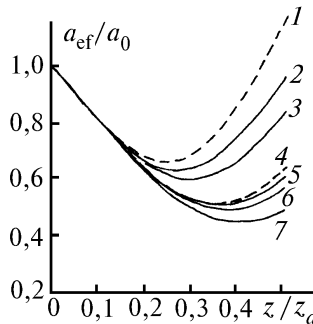


Рис. 7. Зависимость a_{ef} от z для сфокусированного пучка при использовании кармановской модели турбулентности. Кривые: 1, 2 – теория и метод Монте-Карло для $L_0 = \infty$, $\beta_0^2 = 1,31$; 3 – метод Монте-Карло для $L_0 = 5$ м; $\beta_0^2 = 1,31$; 4, 5 – теория и метод Монте-Карло для $L_0 = \infty$; $\beta_0^2 = 0,26$; 6 – метод Монте-Карло для $L_0 = 5$ м, $\beta_0^2 = 0,26$; 7 – распространение в вакууме. Радиус фокусировки $R_f = 0,5z_d$

3. Случайные смещения центра тяжести пучка

Важным преимуществом метода Монте-Карло является то, что он позволяет исследовать статистику различных характеристик светового пучка по отдельности. В частности, этим методом можно воспользоваться для подтверждения аналитических результатов, найденных в [12] для дисперсии случайных смещений пучка. В приближении заданного поля коллимированного гауссовского пучка там получена формула

$$\rho_c^2 = \frac{4\pi^2 z^3}{3} \int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa) \exp(-\kappa^2 a_0^2/2) d\kappa, \quad (6)$$

где Φ_n – спектр флуктуаций показателя преломления. Для колмогоровской модели турбулентности интеграл (6) вычисляется аналитически и приводит к выражению

$$\rho_c^2 = \frac{0,132 \pi^2 \Gamma(1/6)}{3 \cdot 2^{5/6}} C_n^2 z^3 a_0^{-1/3}. \quad (7)$$

Для других спектров атмосферной турбулентности вычисление интеграла (6) легко провести по какой-либо квадратурной формуле.

C_n^2 см ^{-2/3}	β_0^2	$L_0/L_a = \infty$		$L_0/L_a = 100$		$L_0/L_a = 40$	
		Теория	Метод М-К	Теория	Метод М-К	Теория	Метод М-К
$1 \cdot 10^{-17}$	0,26	0,358	0,356	0,309	0,314	0,240	0,244
$5 \cdot 10^{-17}$	1,31	0,800	0,806	0,710	0,708	0,53	0,55
$5 \cdot 10^{-16}$	13,1	2,58	2,55	2,11	2,18	1,77	1,75

В таблице представлены результаты численного анализа случайных смещений центра тяжести коллимированного пучка в сравнении с данными, полученными по формулам (6), (7). Видно хорошее совпадение теории с методом Монте-Карло в широком диапазоне изменения внешнего масштаба и силы турбулентности.

Заключение

Основным результатом данной работы является развитие метода фазовых экранов для численного анализа распространения световых пучков в турбулентной атмосфере. Предложена методика выбора диаметра D круга разложения фазовых флуктуаций по модам Цернике, являющегося свободным параметром при модальном подходе к генерации фазовых экранов. Установлено, что найденное значение D обеспечивает достоверное прогнозирование уширения и блужданий как коллимированного, так и сфокусированного пучков для случая слабых и умеренных флуктуаций.

1. Abitol E., Ben-Yosef N. // JOSA A. 1994. V. 11. P. 2093–2099.
2. Лукин В.П., Майер Н.Н., Фортес Б.В. // Оптика атмосферы. 1991. Т. 4. С. 1298–1302.
3. Chesnokov S.S., Davletshina I.V., Koriabin A.V., Shmalhausen V.I. // Proceedings of SPIE. 1996. V. 2777. P. 215–225.
4. Fleck J.A., Morris J.R., Feit M.D. // Appl. Phys. 1976. V. 10. P. 129–160.
5. Noll J.R. // JOSA. 1976. V. 66. P. 207–211.
6. Войцехович В.В. // Препринт N 873. Институт космических исследований АН СССР. М., 1984. 24 с.
7. Roddier N. // Optical Engineering. 1990. V. 29. P. 1174–1180.
8. Тельпуховский И.Е., Чесноков С.С. // Оптика атмосферы. 1991. Т.4. С.1294–1297.
9. Миронов В.Л. Распространение лазерного пучка в турбулентной атмосфере. Новосибирск: Наука, 1981. 246 с.
10. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Часть II. М.: Наука, 1978. 464 с.
11. Winker D.M. // JOSA A. 1991. V. 8. P. 1568–1573.
12. Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 277 с.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Поступила в редакцию
26 сентября 1996 г.

I.V. Davletshina, A.V. Skulacheva, S.S. Chesnokov. Effect of Large-Scale Refractive Index Fluctuations on Light Beams Propagation through Turbulent Atmosphere.

Numerical analysis of light beam propagation through the turbulent atmosphere is carried out by means of Monte-Carlo method. The procedure of optimization of phase screen is proposed to step up reliability of numerical prediction of random motion and turbulent blur of light beams. The influence of the outer scale and the strength of the turbulence on energy characteristics of light beams is studied.