«Оптика атмосферы и океана», **9**, N 1 (1996)

УДК 535.36

В.В. Носов

ДИСТАНЦИОННЫЙ МЕТОД ОДНОВРЕМЕННОГО ИЗМЕРЕНИЯ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ И ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИХ ПО РАЗМЕРАМ

Предлагается оптический дистанционный метод одновременного измерения функции распределения частиц по размерам и средней скорости их движения. Метод основан на пространственной частотной фильтрации оптического изображения частиц в приемной системе. На основе теории распространения оптических волн в случайно-неоднородных средах построена временная корреляционная функция частотно-модулированного оптического потока, принимаемого фотоприемником. Функция распределения частиц по размерам восстанавливается с помощью обратного преобразования Лапласа от пространственного коэффициента корреляции флуктуаций модулированного потока. В частном случае логнормального распределения получены соотношения для нахождения параметров распределения.

1. Введение

В статье рассматривается оптический дистанционный метод одновременного измерения функции распределения частиц по размерам и средней скорости их движения. Предполагается, что частицы взвешенны в разреженных газовых (например, в атмосфере) или жидкостных потоках и в случае когерентного подсвета обладают в основном незеркальным отражением оптических волн. Источник подсвета частиц (когерентный или некогерентный) находится вне потока частиц. Он может располагаться как по одну, так и по другую сторону от потока, реализуя схемы подсвета «на отражение» или «на просвет». Возможен также вариант самостоятельного свечения частиц. Размер частиц должен превышать длину волны излучения подсвета (или максимальный предел применяемого спектрального диапазона волн некогерентного источника).

Метод основан на пространственной фильтрации оптического изображения частиц в приемной системе [1–4]. Изображение в приемнике расщепляется на ряд каналов, в каждом из которых осуществляется разночастотная фазовая модуляция излучения. Последнее достигается применением, например, дифракционных решеток с разными периодами [3]. Можно использовать и один канал, в котором излучение проходит через одну дифракционную решетку с переменным периодом. Для каждого периода решетки измеряется временная корреляционная функция флуктуаций оптического потока (отраженного от частиц – для схемы с отражением), попадающего в приемный телескоп.

Метод можно применять для дистанционной диагностики скорости ветра в атмосфере, для дистанционного измерения распределения размеров частиц на срезах дымовых труб промышленных объектов (с последующим анализом степени загрязнения окружающей территории), для дистанционной диагностики размеров объектов на поверхности Земли (в этом случае под размером частиц понимается поперечный размер неоднородностей на поверхности для данной длины волны подсвета) и др.

Границы применимости предлагаемого метода в основном определяются отношением продольного размера наблюдаемого потока частиц L_x (в направлении наблюдения) к длине оптической трассы x (расстоянию между плоскостью наблюдения в потоке частиц, дающей резкую картину в фотоприемнике, и фотоприемником). Метод тем точнее, чем меньше отношение L_x/x. Последнее условие хорошо выполняется для большинства существующих вариантов импульсного лазерного зондирования аэрозольной атмосферы, когда продольные размеры наблюдаемого объема определяются длиной оптического импульса (или длиной импульса стробирования в фотоприемнике) и составляют незначительную долю всей оптической трассы [5]. При нарушении указанного условия метод будет завышать восстанавливаемую функцию распределения частиц по размерам в области малых частиц.

В дальнейшем ограничимся случаем коротких атмосферных трасс, который реализуется, например, при дистанционном наземном измерении скорости и размеров частиц на срезах дымовых труб промышленных объектов. Для коротких трасс возмущающим действием атмосферной турбулентности на распространение световых волн можно пренебречь [1, 2, 4] и не учитывать в дальнейших расчетах.

2. Временная корреляционная функция частотно-модулированного оптического потока, принимаемого фотоприемником

Пусть на расстоянии x от входной апертуры обычного оптического телескопа в однородной среде расположен поток частиц, поперечный к оси наблюдения. Для некогерентного (теплового) источника подсвета ограничений на отражательные свойства частиц не накладывается, при когерентном источнике частицы считаем диффузно отражающими (что характерно для атмосферного аэрозоля).

Длина волны некогерентного излучения λ характеризует максимум некоторого заданного спектрального диапазона $\Delta\lambda$. Радиус приемной (входной) линзы телескопа обозначаем через a_t, фокусное расстояние через F. На расстоянии F_0 от плоскости приемной линзы расположено входное окно квадратичного фотоприемника (фотоэлектронный умножитель, фотодетектор и др.) с радиусом a_p. Непосредственно перед входным окном фотоприемника установлен транспарант с коэффициентом пропускания по интенсивности

$$\tau_\xi(y) = (1 + \cos(\xi\, y))/2, \quad \xi[\text{м}^{-1}].$$

Простой моделью транспаранта τ_ξ служит дифракционная решетка с расстоянием между центрами линий $d = 2\pi/\xi$ ($d/2$ – ширина линий дифракционной решетки; d – период; ξ – частота решетки) [3].

Электрический сигнал на выходе фотоприемника пропорционален оптическому потоку $P(t, \xi)$; t – время наблюдения, на его входе

$$P(t, \xi) = \int d^2\rho\, e^{-\rho^2/a_p^2}\, I(F_0, \rho)\, \tau_\xi(y), \quad \rho = (x, y), \tag{1}$$

где $I(F_0,\rho)$ – интенсивность некогерентного излучения, попадающего в фотоприемник, в плоскости F_0.

Для обычных фотоприемников время отклика (усреднения сигнала приемником) превышает время когерентности некогерентного источника [2]. Это позволяет при вычислениях статистических моментов потока (1) для комплексной амплитуды $U(\rho)$ поля некогерентного источника использовать соотношения [1,2]

$$\langle U(\rho_1)\, U^*(\rho_2)\, U(\rho_3)\, U^*(\rho_4)\rangle = \langle U(\rho_1)\, U^*(\rho_2)\rangle \langle U(\rho_3)\, U^*(\rho_4)\rangle,$$

$$\langle U(\rho_1)\, U^*(\rho_2)\rangle = I_A(\rho_1)\, \delta(\rho_1 - \rho_2),$$

где $I_A(\rho_1)$ – поперечный профиль интенсивности источника. Последнее соответствует усреднению интенсивности $I(F_0,\rho)$ в (1) по флуктуациям фазы комплексной амплитуды некогерентного источника. В таком случае согласно [1–3]

$$I(F_0, \rho) = \frac{k^2 a_t^2}{4\pi^2 x^2 a_0^2} \int d^2\rho'\, I_A(\rho') \exp\left\{-\left(\rho + \frac{F_0}{x}\rho'\right)^2 / a_0^2\right\}; \tag{2}$$

$$a_0^2 = a_t^2\left[\left(1 - \frac{F_0}{F} + \frac{F_0}{x}\right)^2 + \Omega_t^{-2}\right], \quad \Omega_t = \frac{k\, a_t^2}{F_0}, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Здесь a_0 – радиус изображения точечного источника в плоскости F_0 фотоприемника. Величина a_0 в плоскости резкого изображения, в которой $1 - F_0/F + F_0/x = 0$, минимальна и равна $a_0 = F_0/(ka_t)$. В дальнейшем считаем, что плоскость резкого изображения соответствует плоскости наблюдения на объекте, совпадающей с плоскостью переднего фронта потока частиц.

Зададим $I_A(\rho')$ в (2) выражением

$$I_A(\rho') = I_{0A}\left[m_1 - m_2 \sum_{i=1}^{N} c_i \exp\left\{-\frac{(\rho' - \rho_i)^2}{a_i^2}\right\}\right], \quad I_{0A} = \frac{4\pi^3}{k^2},$$

где $\rho_i = (y_i, z_i)$ – поперечные координаты центра частицы с номером i; a_i и c_i – радиус в плоскости наблюдения и коэффициент отражения по интенсивности (для непрозрачных частиц $c_i = 1$) частицы с номером i; N – количество частиц в потоке. Для схемы подсвета частиц «на отражение» $m_1 = 0$, $m_2 = -1$. Для схемы «на просвет» $m_1 = m_2 = 1$. Простой анализ показывает, что радиус частиц, находящихся за плоскостью наблюдения, задается выражением $a_i\,(1 + L_x/x)^{-1}$ и для принятых условий применимости метода ($L_x/x \ll 1$) мало отличается от величины a_i.

Вычисляя (2) и подставляя (2) в (1), получим

$$P(t, \xi) = \frac{1}{2} R(t, 0) + \frac{1}{4} R(t, \xi) + \frac{1}{4} R(t, -\xi); \tag{3}$$

$$R(t, \xi) = k_0\,[m_1 \exp(-L^2/d_x^2) - m_2\, Y(t, \xi)\, L^{-2}], \quad k_0 = \frac{\pi^3 a_t^2 a_p^2}{F_0^2};$$

$$Y(t, \xi) = \sum_{i=1}^{N} \frac{c_i a_i^2 L^2}{a_{ie}^2} \exp\left\{-\frac{L^2}{\varepsilon^2}\frac{(a_i^2 + a_0^2 x^2/F_0^2)}{a_{ie}^2} - \frac{\rho_i^2}{a_{ie}^2} - i\,\frac{2\,y_i L^2}{d_x\, a_{ie}^2}\right\};$$

$$a_{ie}^2 = a_i^2 + L^2 + a_0^2\left(\frac{x}{F_0}\right)^2, \quad L = \frac{a_p\, x}{F_0}, \; d_x = d_x(\xi) = \frac{2\,x}{\xi\, F_0} = \frac{x\,d}{\pi\, F_0}.$$

Здесь a_{ie} – эффективный поперечный радиус зоны наблюдения в плоскости наблюдения (переднего фронта потока частиц); L – поперечный радиус зоны наблюдения на объекте наблюдения, вырезаемой диафрагмой приемного окна фотодетектора (радиусом a_p); d_x – эффективная ширина линии дифракционной решетки в плоскости наблюдения.

В дальнейшем считаем, что радиус зоны наблюдения в потоке L существенно превышает размер частиц a_i и размер изображения точечного объекта (в плоскости резкого изображения) a_0x/F_0, пересчитанный по правилам геометрической оптики в плоскость переднего фронта потока частиц

$$L \gg a_i, \quad L \gg a_0\, x/F_0.$$

Эти условия на практике обычно выполняются, при этом $a_{ie} = L$.

Считаем также, что зона наблюдения целиком находится внутри потока частиц, не пересекая его поперечных границ. Если поперечные размеры потока обозначить через L_y, L_z, то последнее эквивалентно выполнению условий $L_y \gg L$, $L_z \gg L$.

Движение частиц в потоке описывается выражением

$$\rho_i = \rho_i(t) = \rho_i(t_0) + \mathbf{v}(t - t_0),$$

где t_0 – начальная временная точка отсчета; $\mathbf{v} = (v_y, v_z)$ – средняя скорость движения частиц в потоке (скорость потока); $\rho_i(t_0)$ – начальные поперечные координаты центра частицы с номером i.

Для получения статистических моментов принимаемого оптического потока P воспользуемся далее общепринятыми предположениями: начальные координаты центров частиц считаем распределенными равномерно, а число (количество) частиц N – распределенным по закону Пуассона [1, 2, 4, 5]. Пуассоновская статистика числа частиц обычно хорошо выполняется для рассматриваемых в статье искусственно созданных потоков частиц (например, индустриальных потоков). В реальной атмосфере из-за наличия динамической турбулентности могут наблюдаться отклонения от указанного закона распределения. Однако и в этом случае чем меньше поперечные размеры зоны наблюдения (что предусмотрено условиями $L \ll L_z, L_y$), тем ближе статистика числа частиц к пуассоновской.

После независимого усреднения [1] для первых двух статистических моментов оптического потока находим выражения:

$$\langle P(t,\xi)\rangle = \frac{k_0}{2}\left\{ m_1\,(\exp\,(-L^2/d_x^2)+1) - m_2\,\pi\,\langle c\rangle\,\langle n\rangle \left[S_2(0) + S_2\!\left(\frac{1}{d_x^2}\right) \exp\left(-\frac{L^2}{d_x^2} - l^2(\xi)\right)\right]\right\}; \tag{4}$$

$$B_p(\tau,\xi_1,\xi_2) = \langle P(t_1,\xi_1)\,P(t_2,\xi_2)\rangle - \langle P(t_1,\xi_1)\rangle\,\langle P(t_2,\xi_2)\rangle = \frac{k_0^2\,\pi}{8\,L^2}\langle n\rangle\langle c^2\rangle \exp\left(\frac{v^2\,\tau^2}{2\,L^2}\right)\ \left\{ S_4(0) + S_4\!\left(\frac{1}{d_{x1}^2}\right)\times\right.$$

$$\times \exp\left[-\frac{L^2}{2\,d_{x1}^2} - l_1^2\right]\cos\left(\frac{v_y\,\tau}{d_{x1}}\right) + S_4\!\left(\frac{1}{d_{x2}^2}\right)\exp\left[-\frac{L^2}{2\,d_{x2}^2} - l_2^2\right]\cos\left(\frac{v_y\,\tau}{d_{x2}}\right) + \frac{1}{2}\,S_4\!\left(\frac{1}{d_{x1}^2}+\frac{1}{d_{x2}^2}\right)\exp\,(-l_1^2 - l_2^2)\,\times$$

$$\left.\times\left[\exp\left(-\frac{L^2}{2}\left(\frac{1}{d_{x1}}+\frac{1}{d_{x2}}\right)^2\right)\cos\!\left(v_y\,\tau\left[\frac{1}{d_{x1}}-\frac{1}{d_{x2}}\right]\right) + \exp\left(-\frac{L^2}{2}\left(\frac{1}{d_{x1}}-\frac{1}{d_{x2}}\right)^2\right)\cos\!\left(v_y\,\tau\left[\frac{1}{d_{x1}}+\frac{1}{d_{x2}}\right]\right)\right]\right\}. \tag{5}$$

Здесь $\tau = (t_2 - t_1)$ – временной сдвиг между двумя моментами наблюдения; $v = \sqrt{v_y^2 + v_z^2}$; $d_{x1} = d_x(\xi_1)$, $d_{x2} = d_x(\xi_2)$; $l(\xi) = a_0\,\xi/2$, $l_1 = l(\xi_1)$, $l_2 = l(\xi_2)$; $\langle c\rangle$ и $\langle c^2\rangle$ – первые два статистических момента коэффициента отражения света частицами; $\langle n\rangle$ – среднее значение случайной концентрации частиц в потоке $n = N/(L_y\,L_z)$;

$$S_k(X) = \langle a^k \exp\,(-a^2X)\rangle = \int_0^\infty dr\,P_a(r)\,r^k\exp\,(-Xr^2),\ \ k = 1, 2,...; \tag{6}$$

функция $P_a(r)$ – плотность вероятности (функция) распределения частиц по размерам.

3. Средняя скорость движения частиц в потоке

Из выражения (5), полагая $\xi_1 = \xi_2 = 0$, получаем

$$b_p(\tau,0,0) = \frac{B_p(\tau,0,0)}{B_p(0,0,0)} = \exp\left(-\frac{v^2\,\tau^2}{2\,L^2}\right).$$

Измеряя коэффициент корреляции $b_p(\tau,0,0)$ флуктуаций полного светового потока ($\xi_1 = \xi_2 = 0$), находим среднюю скорость движения частиц в потоке. Действительно, если известно значение временного масштаба корреляции τ_k флуктуаций полного светового потока, для которого $b_p(\tau_k,0,0) = \exp(-1)$, имеем

$$v = \sqrt{2}\,(L/\tau_k).$$

4. Функция распределения частиц по размерам

Используя пространственный коэффициент корреляции флуктуаций светового потока $b_p(0,\xi,\xi) = B_p(0,\xi,\xi)/B_p(0,0,0)$, из (5) можно получить следующие асимптотические выражения:

$$S_4(X)/[S_4(0)] = \varphi\,[(x/F_0)\sqrt{2\,X}],\ \ X = 2\,d_x^{-2}; \tag{7}$$

$$\varphi(\xi) = \varphi_1(\xi) = 2\,[4\,b_p(0,\xi,\xi) - 1]\exp\,[2\,l^2(\xi)],\quad \xi > 2/a_p,$$

$$\varphi(\xi) = \varphi_2(\xi) = 2\,b_p(0,\xi,\xi) - 1,\quad \xi < 2/a_p.$$

Условие $\xi > 2/a_p$ ($d < \pi a_p$ или $d_x < L$) в (7) соответствует применению обычных для практики дифракционных решеток с достаточно малым периодом, когда на входном окне фотодетектора укладывается более одной линии решетки.

Соотношения (7) позволяют по измеренным значениям коэффициента корреляции $b_p(0,\xi,\xi)$ восстанавливать функцию распределения частиц по размерам $P_a(r)$. Действительно, согласно (6) величина $S_4(X)$ в (7) является преобразованием Лапласа от функции $r^{3/2}P_a(\sqrt{r})/2$. Поэтому, измеряя $b_p(0,\xi,\xi)$, из (7) с точностью до неизвестного численного коэффициента $S_4^{-1}(0)$ находим

$$P_a(r)/[S_4(0)] = 2\,r^{-3}\,G^{-1}\,\{\varphi[(x/F_0)\sqrt{2\,y}]\}\,(r^2),\quad r \geq 0. \tag{8}$$

Здесь $G^{-1}\{f(y)\}\,(x) = \dfrac{1}{2\pi i}\displaystyle\int_{x_0 - i\infty}^{x_0 + i\infty} \exp(p\,x)\,f(p)\,dp$ – обратное преобразование Лапласа.

Для отыскания коэффициента $S_4^{-1}(0)$ соотношение (8) необходимо проинтегрировать и применить условие нормировки

$$\int_0^\infty P_a(r)\,dr = 1,\; S_4^{-1}(0) = \langle a^4\rangle^{-1} = 2\int_0^\infty r^{-3}\,G^{-1}\left\{\varphi\left(\frac{x}{F_0}\sqrt{2\,y}\right)\right\}(r^2)\,dr.$$

5. Восстановление параметров логнормального распределения

Как известно [5], для аэрозолей индустриального происхождения функция распределения частиц по размерам $P_a(r)$ хорошо описывается логарифмически нормальным законом $P_{LN}(r)$, где

$$P_{LN}(r) = 1/(r\sqrt{2\pi}\,\sigma_{\ln a})\,\exp\{-[\ln r - \langle\ln a\rangle]^2/(2\,\sigma^2_{\ln a})\},\quad 0 < r < \infty; \tag{9}$$

$$\sigma^2_{\ln a} = \ln(1 + m_a),\quad \langle\ln a\rangle = \ln[\langle a\rangle/(\sqrt{1 + m_a})],$$

$$m_a = \sigma_a^2/\langle a\rangle^2,\quad \sigma_a^2 = \langle a^2\rangle - \langle a\rangle^2.$$

Если в (6) положить $P_a(r) = P_{LN}(r)$ и применить (7), то задача определения вида функции распределения сведется к восстановлению параметров логнормального распределения σ_a и $\langle a\rangle$.

Для отыскания основных расчетных соотношений найдем асимптотическое выражение для $S_4(X)$, $X = 2d_X^{-2}$ при $P_a(r) = P_{LN}(r)$ в области больших значений аргумента X. Применяя для оценки интеграла в (6) метод Лапласа, получаем

$$S_4(2\,d_x^{-2}) = \frac{Y_*^3\,\mu^{-(1+1/2\,\sigma^2_{\ln a})}}{\sqrt{2}}\exp\left[4\langle\ln a\rangle - \frac{\ln^2 Y_*}{2\,\sigma^2_{\ln a}}\right][1 + o(Y_*)]; \tag{10}$$

$$\mu = \frac{2\langle a\rangle}{d_x}\frac{\sigma_{\ln a}}{\sqrt{1 + m_a}},\quad \mu \gg 1.$$

Здесь $Y_* = Y_*(\mu)$ – асимптотическое при $\mu \gg 1$ решение трансцендентного уравнения $\mu^2 Y_*^2 + \ln Y_* = 0$. Величина $Y_*(\mu)$ положительна, уменьшается с ростом μ, и для значений $\mu \ge 2{,}5$ с точностью не хуже 10% описывается выражением

$$Y_* = \ln^{1/2}[\mu/\ln^{1/2}[\mu/\ln^{1/2}\mu]]/\mu.$$

Параметр μ в (10) имеет смысл отношения ширины логнормального распределения (равной $2\sigma_a$ при $m_a \ll 1$ или $2\langle a\rangle$ при $m_a \ge 1$) к ширине линии дифракционной решетки в плоскости наблюдения d_x.

Измеряя коэффициент корреляции $b_p(0, \xi, \xi)$ с применением трех решеток различных периодов d_1, d_2, d_3, таких что $d_2 = \nu_2 d_1$, $d_3 = \nu_3 d_1$ (где ν_2, ν_3 – численные коэффициенты со значениями, например, из интервала $\nu_i \in (1/2, 2)$; $\nu_i \ne 1$, $i = 2, 3$) в области применимости (10) с учетом выражений (7), в которых необходимо использовать функцию $\varphi = \varphi_1$, получаем

$$2\,\sigma^2_{\ln a} = \frac{\ln\nu_2\,\ln\nu_3\,\ln(\nu_2/\nu_3)}{\ln\nu_2\,\ln s_{13} - \ln\nu_3\,\ln s_{12}};$$

$$2\langle\ln a\rangle = \ln\left[\frac{d_{x1}^2}{4\ln\nu_2}\,\alpha^{2\,\sigma^2_{\ln a}/\ln\nu_2}\,\ln\alpha\right];$$

$$\alpha = s_{12}\,\nu_2^{-(4+1/2\,\sigma^2_{\ln a})}\exp\left[\frac{\ln^2\nu_2}{2\,\sigma^2_{\ln a}}\right];\quad s_{1i} = \frac{S_4(2\,d_{xi}^{-2})}{S_4(2\,d_{x1}^{-2})},\quad i = 2, 3.$$

Отсюда по известным значениям $\sigma_{\ln a}$ и $\langle \ln a \rangle$ из определений (9) легко находятся значения искомых параметров σ_a и $\langle a \rangle$.

1. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. Случайные поля. М.: Наука, 1978. 463 с.
2. Зуев В.Е., Банах В.А., Покасов В.В. Оптика турбулентной атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1988. 270 с.
3. Носов В.В. // Оптика атмосферы. 1988. Т. 1. N 1. С. 122–125.
4. Миронов В.Л. Распространение лазерного пучка в турбулентной атмосфере. Новосибирск: Наука, 1981. 248 с.
5. Зуев В.Е., Кабанов М.В. Оптика атмосферного аэрозоля. Л.: Гидрометеоиздат, 1987. 254 с.

Институт оптики атмосферы О РАН,
г. Томск

Поступила в редакцию
20 декабря 1994 г.

V.V. Nosov. **Remote Method for Simultaneous Measurement of Particles` Movement Velocity and Size Distribution Function.**

An optical remote technique for simultaneous measuring the particles`size distribution function and mean velocity is proposed. The technique is based on spatial frequency filtration of the particles`optical image in the receiving system. Temporal correlation function of the frequency-modulated optical flow received by a photoreceiver is constructed based on the theory of optical waves propagation through stochastically inhomogeneous media. The size distribution function is restored by inverse Laplace transformation from the spatial correlation coefficient of the modulated flow fluctuations. In the special case of lognormal distribution, the relations are obtained for distribution parameters finding.